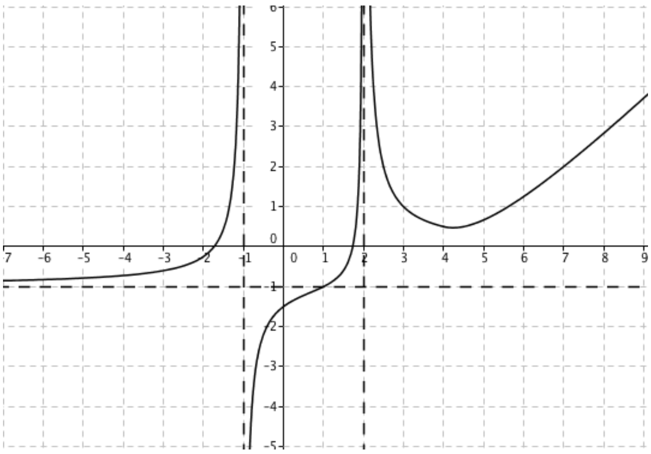
Exercice 1 .... 2 points

On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie pour tout réel x différent de -1 et 2 ainsi que ses asymptotes horizontale et verticales.
Par lecture graphique, compléter :

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \dots$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \dots$

$\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} f(x) = \dots$ $\qquad$ $\lim\limits_{\substack{x\to2\\x<2}} f(x) = \dots$



Exercice 2 ________________ 2 points

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variation est donné ci-dessous.
On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère du plan.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	2	↗ 6

1. Justifier que la courbe $\mathscr{C}$ admet une asymptote dont on donnera une équation.

2. Pour $x \in \mathbb{R}$, on pose $g(x) = f\left(\dfrac{1}{x\mathrm{e}^x}\right)$.
Calculer la limite de g en $-\infty$

Exercice 3 ________________ 3 points

Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to-\infty} x - \mathrm{e}^{-x}$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sin x}{\mathrm{e}^x}$ $\qquad$ $\lim\limits_{\substack{x\to3\\x<3}} \dfrac{2}{9-3x}$

Exercice 4 ________________ 13 points

Partie A On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \mathrm{e}^x - x$

1. Dresser le tableau des variations de g. (les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$ ne sont pas demandées).

2. Justifier que, pour tout réel x, $g(x) > 0$.

Partie B On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x - x}$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1. a. Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Justifier vos réponses.

b. On en déduit que $\mathscr{C}_f$ admet deux asymptotes Δ_1 et Δ_2. Donner une équation de chacune d'elles.

2. f' désigne la dérivée de f. Justifier que, pour tout réel x, $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x(1-x)}{(\mathrm{e}^x - x)^2}$

3. a. Dresser le tableau des variations de f.

b. f présente un maximum y_M atteint en x_M. Donner les valeurs exactes de x_M et y_M.
Dans la suite, on note M le point de coordonnées $(x_M\ ;\ y_M)$ et on admet que $y_M \simeq 1,6$.

4. Soit A le point de la courbe $\mathscr{C}_f$ d'abscisse 0. Donner une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en A.

5. Placer les points A et M. Tracer les tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ aux points A et M et les asymptotes Δ_1 et Δ_2. Puis tracer $\mathscr{C}_f$ en sachant que $f(-0,8) \simeq 0,4$ et $f(1,8) \simeq 1,4$