Exercice 1

1. Exprimer en fonction de $\ln 2$: $A = \ln\left(2^{-5}\right) + \ln 8 - \ln\left(\dfrac{e}{2}\right) + 3\ln\left(\sqrt{2}\right)$
2. Exprimer en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$: $B = \ln\left(\dfrac{3}{4}\right) - \ln\left(\dfrac{3^7}{2e^4}\right)$
3. Exprimer en fonction de $\ln \alpha$: $C = \ln\left(\alpha e^3\right) - \ln\left(\dfrac{\sqrt{\alpha}}{e}\right)$
4. Réduire : $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) - \ln\left(\dfrac{b}{a}\right)$
5. Simplifier : $D = e^{-\ln x} + e^{2\ln x}$ $E = e^{-\ln\left(\frac{e}{x-2}\right)}$ $F = e^{\ln x - \ln\left(x^2\right)}$

Exercice 2 Pour x réel, soit $f(x) = \ln\left(e^{-x} + e^{x}\right)$

Démontrer que $f(x) = \ln\left(1 + e^{2x}\right) - x$

Exercice 3 Soit $h(x) = \ln\left(2e^{x} + 1\right) - x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

1. Justifier que pour tout réel x, on a : $h(x) + x \geqslant 0$.
2. Prouver que pour tout réel x, $h(x) = \ln\left(2 + e^{-x}\right)$.

   En déduire que pour tout réel x, on a : $h(x) > \ln 2$

Exercice 4 Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = e^3$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = e\sqrt{U_n}$

et la suite (V_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $V_n = \ln(U_n) - 2$.

1. Démontrer que (V_n) est géométrique.
2. En déduire l'expression de U_n en fonction de n.
3. Calculer la limite de la suite (U_n).

Exercice 5 Soit $f(x) = \ln\left(2x - x^2\right)$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Etudier les variations de f sur son ensemble de définition.
3. En déduire le signe de f sur son ensemble de définition.

Exercice 6 Soit $f(x) = \ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$ sur $]-1\,;\,1[$.

On considère la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan.

1. Calculer la limite de f en 1. Donner une interprétation graphique du résultat.
2. Calculer la limite de f en -1. Donner une interprétation graphique du résultat.
3. Soit $x \in\,]-1\,;\,1[$, exprimer $f(-x)$ en fonction de $f(x)$.

   Donner une interprétation graphique du résultat.