

Numéro anonymat :

.....

Devoir commun de Mathématiques

Niveau Seconde

17 Mai 2022

Durée : 2 heures

Calculatrice autorisée

Le sujet est composé de 5 exercices pour un total de 30 points

**Exercice 1**

Calculs divers

11,5 points

*Les questions sont indépendantes.*

1. Développer et réduire les expressions suivantes :

a.  $A(x) = (\sqrt{2}x + 3)^2$

b.  $B(x) = x - (2 - 3x)^2$

c.  $C(x) = (x + 1)(x - 1) + (2x - 1)(-x + 3)$

2. Factoriser les expressions suivantes :

a.  $D(x) = 3x(5 - 2x) - (5 - 2x)(1 - x)$

b.  $E(x) = (2 + x)^2 - (3 - 4x)^2$

c.  $F(x) = 9x^2 - 25$

3. Résoudre les équations suivantes :

a.  $4x \left( \frac{7}{2}x - \frac{3}{4} \right) = 0$

b.  $7x^2 + x = 0$

c.  $8x^2 - 2x - 8 = 4x^2 - 2x$

d.  $\frac{4x - 3}{2} = \frac{5}{3}$

4. a. Déterminer le tableau de signe sur  $\mathbb{R}$  de :

$$(2x + 3)(1 - 4x)$$

b. En déduire les solutions sur  $\mathbb{R}$  de l'inéquation :

$$(2x + 3)(1 - 4x) \leq 0$$

**Exercice 2**

Vecteurs et coordonnées

5,5 points

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les points  $A(2; -3)$ ,  $B(6; 5)$  et  $C(-4; 0)$ .

*On pourra s'aider d'un dessin.*

1. a. Calculer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$

b. En déduire les coordonnées du point  $D(x_D; y_D)$  pour que ABCD soit un parallélogramme.

c. Calculer les coordonnées du centre  $K$  du parallélogramme ABCD.

2. a. Calculer la distance AB.

b. On admet que  $BC = 5\sqrt{5}$  et  $AC = 3\sqrt{5}$

Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

**Exercice 3**

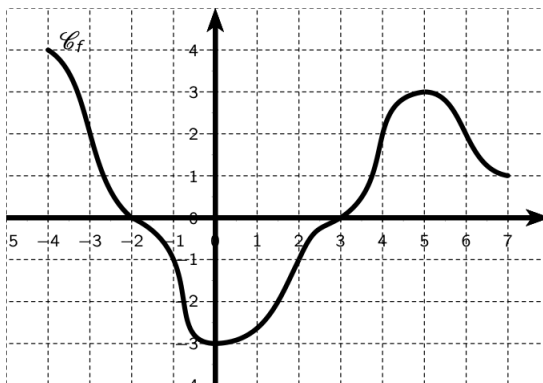
Fonction affine

2 points

Déterminer l'expression de la fonction affine  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  telle que  $f(-6) = -8$  et  $f(-5) = 7$

Certaines questions sont à faire directement sur le sujet sur les lignes en pointillés

On donne ci-dessous la représentation graphique  $\mathcal{C}_f$  d'une fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-4; 7]$ .



**Partie A** Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

1. Quelles sont les solutions de l'équation  $f(x) = 2$  ? .....
2. Quelles sont les solutions de l'inéquation  $f(x) > 2$  ? .....
3. Quelles sont les solutions de l'inéquation  $f(x) \leq -1$  ? .....
4. Donner le tableau de variation de  $f$  sur  $[-4; 7]$ . **(A faire sur votre copie)**
5. Donner le tableau de signe de  $f$  sur  $[-4; 7]$ . **(A faire sur votre copie)**

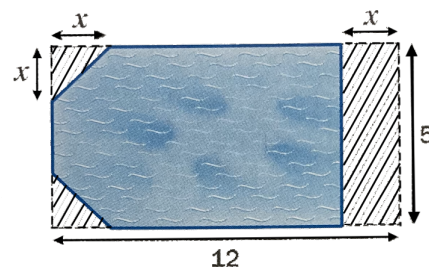
**Partie B** Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = \frac{1}{3}x + 3$ .

1. Dans le repère donné en début d'exercice, tracer la courbe représentative de la fonction  $g$  notée  $\mathcal{C}_g$ .  
*Laisser apparents les traits de construction ou les points qui ont servi à la construction.*
2. Résoudre par lecture graphique sur  $[-4; 7]$ 
  - a. l'équation  $f(x) = g(x)$  .....
  - b. l'inéquation  $f(x) > g(x)$  .....
3. Le point  $A(24; 10)$  appartient-il à  $\mathcal{C}_g$ ? Justifier votre réponse. **(A faire sur votre copie)**

Paul construit une piscine dans son jardin.

La surface de cette piscine est obtenue en retirant d'un rectangle de 12 m sur 5 m les parties hachurées, où  $0 < x < 2,5$ .

Paul ne dispose des matériaux que pour construire une piscine de surface  $50,25 \text{ m}^2$



1. Montrer que l'aire  $A(x)$ , en  $\text{m}^2$ , de la piscine vaut  $A(x) = -x^2 - 5x + 60$  pour tout nombre réel  $x$  dans  $]0; 2,5[$ .
2. Démontrer que  $A(x) = -\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{265}{4}$  pour tout nombre réel  $x$  dans l'intervalle  $]0; 2,5[$ .
3.
  - a. Montrer que l'équation  $A(x) = 50,25$  équivaut à  $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - 16 = 0$
  - b. Résoudre cette équation.
4. En déduire les dimensions de la piscine pour que sa surface soit égale à  $50,25 \text{ m}^2$ .

*On pourra représenter la piscine en indiquant les dimensions sur le schéma.*