Exercice 1 Suite arithmétique

Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 2$ et pour tout $n \geqslant 0$, $U_{n+1} = \dfrac{U_n}{U_n + 1}$.
On pose $V_n = \dfrac{1}{U_n}$ pour tout n entier naturel.

On admet que $U_n \neq 0$ pour tout entier naturel n, ce qui assure l'existence de la suite (V_n).

1. Démontrer que la suite (V_n) est arithmétique.
2. En déduire l'expression de V_n en fonction de n puis l'expression de U_n en fonction de n.

Exercice 2 Suite géométrique

Soit (a_n) la suite définie pour tout entier naturel n non nul par : $a_1 = \dfrac{1}{2}$ et $a_{n+1} = \dfrac{n+1}{2n}\, a_n$

1. Calculer a_2 et a_3.
2. Pour tout entier naturel n non nul, on pose $b_n = \dfrac{a_n}{n}$.
   a. Démontrer que la suite (b_n) est géométrique, préciser la raison et le premier terme.
   b. En déduire l'expression de b_n en fonction de n puis l'expression de a_n en fonction de n.

. . . .

DM Suites arithmétiques et géométriques Terminale

Exercice 1 Suite arithmétique

Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 2$ et pour tout $n \geqslant 0$, $U_{n+1} = \dfrac{U_n}{U_n + 1}$.
On pose $V_n = \dfrac{1}{U_n}$ pour tout n entier naturel.

On admet que $U_n \neq 0$ pour tout entier naturel n, ce qui assure l'existence de la suite (V_n).

1. Démontrer que la suite (V_n) est arithmétique.
2. En déduire l'expression de V_n en fonction de n puis l'expression de U_n en fonction de n.

Exercice 2 Suite géométrique

Soit (a_n) la suite définie pour tout entier naturel n non nul par : $a_1 = \dfrac{1}{2}$ et $a_{n+1} = \dfrac{n+1}{2n}\, a_n$

1. Calculer a_2 et a_3.
2. Pour tout entier naturel n non nul, on pose $b_n = \dfrac{a_n}{n}$.
   a. Démontrer que la suite (b_n) est géométrique, préciser la raison et le premier terme.
   b. En déduire l'expression de b_n en fonction de n puis l'expression de a_n en fonction de n.