Exercice 1

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

$$p(x) = \frac{7}{\mathrm{e}^x + x} \qquad g(t) = \sqrt{\frac{1}{t} + 2}$$

$$h(\theta) = 3\theta\,(\theta + 1)^4 \qquad f(x) = \frac{\mathrm{e}^{x^2}}{x}$$

Exercice 2

Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 1$ et pour tout $n \geqslant 0$ par $U_{n+1} = 2U_n - n + 3$.

Démontrer par récurrence que pour tout $n \geqslant 0$, $U_n = 3 \times 2^n + n - 2$.

Exercice 3

On considère la suite de nombres réels (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$U_0 = -1 \quad U_1 = \frac{1}{2} \quad \text{et, pour tout entier naturel } n\ , \quad U_{n+2} = U_{n+1} - \frac{1}{4}U_n$$

1. Calculer U_2

2. On définit la suite (V_n) en posant, pour tout entier naturel n : $V_n = U_{n+1} - \frac{1}{2}U_n$

a. Démontrer que la suite (V_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

b. Calculer V_0 puis exprimer V_n en fonction de n.

c. En déduire l'expression de U_{n+1} en fonction de U_n et n.

d. En utilisant le résultat de la question précédente, démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n : $U_n = \frac{2n - 1}{2^n}$

DM 2 Terminale

Exercice 1

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

$$p(x) = \frac{7}{\mathrm{e}^x + x} \qquad g(t) = \sqrt{\frac{1}{t} + 2}$$

$$h(\theta) = 3\theta\,(\theta + 1)^4 \qquad f(x) = \frac{\mathrm{e}^{x^2}}{x}$$

Exercice 2

Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 1$ et pour tout $n \geqslant 0$ par $U_{n+1} = 2U_n - n + 3$.

Démontrer par récurrence que pour tout $n \geqslant 0$, $U_n = 3 \times 2^n + n - 2$.

Exercice 3

On considère la suite de nombres réels (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$U_0 = -1 \quad U_1 = \frac{1}{2} \quad \text{et, pour tout entier naturel } n\ , \quad U_{n+2} = U_{n+1} - \frac{1}{4}U_n$$

1. Calculer U_2

2. On définit la suite (V_n) en posant, pour tout entier naturel n : $V_n = U_{n+1} - \frac{1}{2}U_n$

a. Démontrer que la suite (V_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

b. Calculer V_0 puis exprimer V_n en fonction de n.

c. En déduire l'expression de U_{n+1} en fonction de U_n et n.

d. En utilisant le résultat de la question précédente, démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n : $U_n = \frac{2n - 1}{2^n}$