Test n°2 Terminale

Q1 $\dfrac{2\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}\,(5+\sqrt{3})}{(5-\sqrt{3})(5+\sqrt{3})} = \dfrac{10\sqrt{3}+6}{25-3} = \dfrac{10\sqrt{3}+6}{22}$

$= \dfrac{2(5\sqrt{3}+3)}{2\times 11} = \boxed{\dfrac{5\sqrt{3}+3}{11}}$

Q2 $\dfrac{3^{n+1}+3^n}{3^{n-1}+3^n} = \dfrac{\cancel{3^n}(3+1)}{\cancel{3^n}(3^{-1}+1)} = \dfrac{4}{\frac{1}{3}+1} = \dfrac{4}{\frac{4}{3}} = 4\times\dfrac{3}{4}$

$= \boxed{3}$

Q3 $2 < x < 5$

$-4 < x-6 < -1$ car sur $]-\infty, 0]$ $x \mapsto x^2 \searrow$

$16 > (x-6)^2 > 1$ car sur $]0,+\infty[$ $x \mapsto \frac{1}{x} \searrow$

$\dfrac{1}{16} < \dfrac{1}{(x-6)^2} < 1$

$-\dfrac{2}{16} > \dfrac{-2}{(x-6)^2} > -2$

donc $\boxed{-2 < \dfrac{-2}{(x-6)^2} < -\dfrac{1}{8}}$

Q4 $u(x) = e^x - 1$

$f(x) = 2x^2 - x$

$f\circ u(x) = f(u(x)) = f(e^x - 1)$

$= 2(e^x-1)^2 - (e^x-1)$

$= 2(e^{2x} - 2e^x + 1) - e^x + 1$

$= 2e^{2x} - 4e^x + 2 - e^x + 1$

$= \boxed{2e^{2x} - 5e^x + 3}$

ou $f\circ u(x)$

$= (e^x-1)(2(e^x-1)-1)$

$= \boxed{(e^x-1)(2e^x-3)}$

Q5 $h(x) = \dfrac{1}{4+x}$

$g(x) = \dfrac{1}{x-1}$

$g\circ h(x) = g(h(x)) = g\left(\dfrac{1}{4+x}\right) = \dfrac{1}{\frac{1}{4+x} - 1} = \dfrac{1}{\frac{1-(4+x)}{4+x}}$

$= \dfrac{1}{\frac{-3-x}{4+x}} = \boxed{\dfrac{4+x}{-3-x}}$

Q6 $a \in \mathbb{R}$ Pour $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = (ax+1)^3$

$f'(x) = 3(ax+1)^2 \times a$

La tangente au point d'abscisse 0 est parallèle à la droite d'équation $y = 2x - 7$ si et seulement si $f'(0) = 2$

$f'(0) = 2 \iff 3a = 2$

$\iff a = \dfrac{2}{3}$

Réponse pour $\boxed{a = \dfrac{2}{3}}$

291122