

DA Calculs 1

Ex 1

1) $U_0 = 1 \quad \forall n \geq 0 \quad U_{n+1} = \frac{4U_n}{U_n + 4}$

$$U_{n+1} - U_n = \frac{4U_n}{U_n + 4} - U_n = \frac{4U_n - U_n(U_n + 4)}{U_n + 4}$$

$$= \frac{4U_n - U_n^2 - 4U_n}{U_n + 4} = \boxed{\frac{-U_n^2}{U_n + 4}}$$

2) $\forall n \in \mathbb{N} \quad V_n = \frac{4}{U_n}$

$$V_{n+1} - V_n = \frac{4}{U_{n+1}} - \frac{4}{U_n} = \frac{4}{\frac{4U_n}{U_n + 4}} - \frac{4}{U_n}$$

$$= \frac{4 \times (U_n + 4)}{4U_n} - \frac{4}{U_n} = \frac{U_n + 4 - 4}{U_n} = \frac{U_n}{U_n} = 1$$

donc $V_{n+1} = V_n + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

donc (V_n) est arithmétique de raison 1

Ex 2 Pour $x \in]0, +\infty[\quad f(x) = 7 - x \quad g(x) = \frac{10}{x}$

1) $f(x) - g(x) = 7 - x - \frac{10}{x} = \frac{7x - x^2 - 10}{x} = \frac{-x^2 + 7x - 10}{x}$

$x > 0$ donc $f(x) - g(x)$ est du signe de $-x^2 + 7x - 10$.

($ax^2 + bx + c$ avec $a = -1 < 0$)

Racines? $\Delta = 49 - 40 = 9$

$$x_1 = \frac{-7 + 3}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-7 - 3}{-2} = 5$$

x	0	2	5	$+\infty$
$-x^2 + 7x - 10$ ou $f(x) - g(x)$	-	+	-	-

2) Sur $]0, 2]$ et sur $[5, +\infty[\quad f(x) - g(x) \leq 0$
donc $f(x)$ est en-dessous de $g(x)$

Sur $[2, 5] \quad f(x) - g(x) \geq 0$ donc $f(x) \geq g(x)$
et donc $f(x)$ au-dessus de $g(x)$.