

**Exercice 1**

On considère la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier  $n \geq 0$  par :

$$\begin{cases} u_{n+1} &= 3 - \frac{10}{u_n + 4} \\ u_0 &= 5 \end{cases}$$

1. Calculer  $u_1$
2. On admet que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n \geq 1$ .

Déterminer le signe de  $u_{n+1} - u_n$ .

**Exercice 2**

On considère la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = (x-1)e^{-2x} + 1$ .

1. Démontrer que, pour tout réel  $x$ ,  $h(x) - x = (1-x)(1 - e^{-2x})$
2. On admet que, pour tout réel  $x$ ,  $e^{-2x} \geq 1 - 2x$ .

Démontrer que, pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[0; 1]$ ,  $h(x) - x \leq 2x - 2x^2$ .

**Exercice 3**

Démontrer que, pour tout réel  $x$ ,  $e^{-2x} \geq 1 - 2x$ .

Pour cela on étudiera les variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^{-2x} - 1 + 2x$