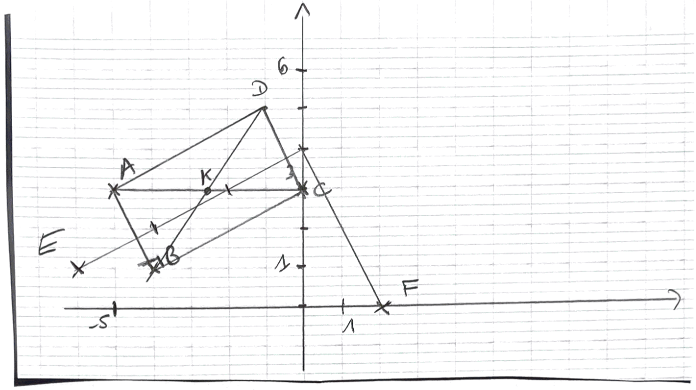
A $(-5,3)$
B $(-4,1)$
C $(0,3)$



2a) $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-4+5)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \boxed{\sqrt{5}}$

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{5^2 + 0^2} = \sqrt{25} = \boxed{5}$

b) $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(4)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \boxed{\sqrt{20}} = \boxed{2\sqrt{5}}$

On a $AC^2 = 25$ $\quad AB^2 + BC^2 = \sqrt{5}^2 + \sqrt{20}^2 = 5 + 20 = 25$

donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

c) $\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{\text{Coté adjacent}}{\text{hypotenuse}} = \dfrac{AB}{AC} = \boxed{\dfrac{\sqrt{5}}{5}}$

$\boxed{\widehat{BAC} \simeq 63{,}4°}$

3) K milieu de $[AC]$

$x_K = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{-5+0}{2} = -\dfrac{5}{2}$

$y_K = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{3+3}{2} = \dfrac{6}{2} = 3$ $\quad \boxed{K\left(-\frac{5}{2} ; 3\right)}$

(Vérification graphique)

4) ABCD parallélogramme $\Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{DC}$

$\vec{AB}\,(x_B - x_A, y_B - y_A)$ $\quad \vec{DC}\,(x_C - x_D, y_C - y_D)$

$\vec{AB}\,(-4+5, 1-3)$ $\quad \vec{DC}\,(-x_D, 3 - y_D)$

$\vec{AB}\,(1, -2)$ $\quad \vec{AB} = \vec{DC} \Leftrightarrow -x_D = 1$ et $3 - y_D = -2$

$\Leftrightarrow x_D = -1 \quad y_D = 5$

donc $\boxed{D(-1, 5)}$ (Vérification graphique)

b) ABCD est un parallélogramme avec un angle droit donc ABCD est un rectangle

c) K est le milieu de $[AC]$.
Dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu donc K est le milieu de $[BD]$

Rmq : Dans un rectangle les diagonales ont même longueur
donc $KA = KB = KC = KD$
donc K est le centre du cercle circonscrit au rectangle ABCD.

5a)

b) $\vec{BC}\,(0+4, 3-1)$ $\quad \vec{AB}\,(1, -2)$

$\vec{BC}\,(4, 2)$ $\quad 2\vec{AB}\,(2, -4)$

$\frac{3}{2}\vec{BC}\,\left(\frac{3}{2} \times 4 ; \frac{3}{2} \times 2\right)$

$\frac{3}{2}\vec{BC}\,(6 ; 3)$

donc $\frac{3}{2}\vec{BC} + 2\vec{AB}\,(6+2, 3-4)$

$\frac{3}{2}\vec{BC} + 2\vec{AB}\,(8, -1)$

c) $\vec{EF} = \frac{3}{2}\vec{BC} + 2\vec{AB}$

donc $\vec{EF}\,(8, -1)$

et $\vec{EF}\,(x_F - x_E ; y_F - y_E)$

donc $\vec{EF}\,(x_F + 6, y_F - 1)$

donc $x_F + 6 = 8$ et $y_F - 1 = -1$

$x_F = 2 \quad y_F = 0$

$\boxed{F(2 ; 0)}$

(Vérification graphique)