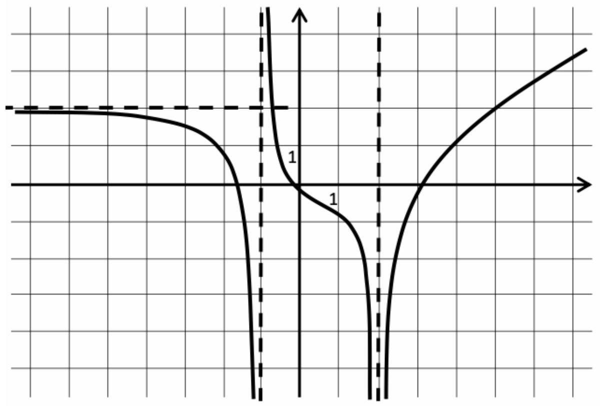
Exercice 1 — **2 points**

On a représenté ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie pour $x \neq -1$ et $x \neq 2$ ainsi que ses asymptotes horizontale et verticales.

Déterminer par lecture graphique les limites suivantes :



1. Limite de f en $-\infty$.
2. Limite de f quand x tend vers -1 avec $x > -1$
3. Limite de f en 2
4. Limite de f en $+\infty$

Exercice 2 — **3,5 points**

Calculer les limites suivantes :

1. $\displaystyle\lim_{x \to 2^+} \frac{3x-2}{4-2x}$
2. $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{\mathrm{e}^x+1}{3\mathrm{e}^x - x}$
3. $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} (x-2)\mathrm{e}^x$

Exercice 3 — **4 points**

Soit g une fonction définie sur $]0;+\infty[$ dont le tableau de variation est donné ci-dessous.

On note $\mathscr{C}_g$ la représentation graphique de la fonction g dans un repère du plan.

x	0		1		$+\infty$
$g(x)$	‖ $+\infty$	↘	1	↗	4

1. Démontrer que la courbe $\mathscr{C}_g$ admet des asymptotes, et donner leur équation.
2. Soit une fonction h définie sur $]0;+\infty[$ telle que pour tout $x \in]0;+\infty[\quad g(x) \leqslant h(x) \leqslant 4 + \dfrac{1}{x}$.

   Peut-on déduire de l'inégalité précédente les limites de h en 0 et en $+\infty$? Préciser le cas échéant le théorème utilisé.

Exercice 4 — **5,5 points**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 1$.

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}$ et dresser son tableau de variation.
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ a une unique solution sur l'intervalle [0 ; 2]. On note α cette solution.
4. Donner un encadrement de α à 10^{-2}.