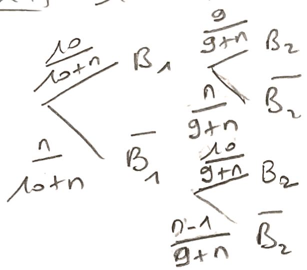
$\boxed{\text{Ex1}}$ 10 B. $n$ R $n \geq 2$

tirages sans remise




$X = \boxed{4}$

$X = 2-3 = \boxed{-1}$

$X = -3+2 = \boxed{-1}$

$X = -3-3 = \boxed{-6}$

avec, $B_1$ : évènement de tirer une blanche au 1er tirage,
$B_2$ : ———————— 2nd tirage

1) $P(X=-1) = P(B_1 \cap \overline{B_2}) + P(\overline{B_1} \cap B_2)$

$= \frac{10 \times 10}{(10+n)(9+n)} + \frac{n \times 10}{(10+n)(9+n)}$

$= \boxed{\frac{20n}{(n+10)(n+9)}}$

2) Valeurs de X : 4, −1, −6

loi de probabilité de X :

$P(X=4) = \frac{90}{(n+10)(n+9)}$

$P(X=-1) = \frac{20n}{(n+10)(n+9)}$

$P(X=-6) = \frac{n(n-1)}{(n+10)(n+9)}$

Vérification

$90 + 20n + n(n-1)$
$= 90 + 20n + n^2 - n$
$= n^2 + 19n + 90$
et $(n+10)(n+9)$
$= n^2 + 19n + 90$.

Donc la somme est bien égale à 1

3) $E(X) = 4 \times \frac{90}{(n+10)(n+9)} - 1 \times \frac{20n}{(n+10)(n+9)} - 6 \times \frac{n(n-1)}{(n+10)(n+9)}$

$E(X) = \frac{360 - 20n - 6n(n-1)}{(n+10)(n+9)}$

$E(X) = \frac{360 - 20n - 6n^2 + 6n}{(n+10)(n+9)} = \boxed{\frac{-6n^2 - 14n + 360}{(n+10)(n+9)}}$

4) $(n+10)(n+9) > 0$

Signe de $-6n^2 - 14n + 360$ ?

Racines : $n_1 = -9$
$n_2 = \frac{20}{3} \simeq 6{,}7$ | $a = -6 < 0$

| $n$ | 2 | | $20/3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $E(X)$ | | + | 0 | − | |

donc $\boxed{n \in [\![2;6]\!]}$

$\boxed{\text{Ex2}}$ $U_0 = 0$ $U_{n+1} = U_n + 2n + 2$ $\forall n \geq 0$.

1) $U_1 = U_0 + 2 \times 0 + 2 = \boxed{2}$
$U_2 = U_1 + 2 \times 1 + 2 = 2 + 2 + 2 = \boxed{6}$

2) Conjecture : $(U_n)$ semble croissante.

Preuve : $U_{n+1} - U_n = 2n + 2$
donc $U_{n+1} - U_n > 0$
donc $(U_n)$ (strictement) croissante.

3) $U_n = an^2 + bn + c$

$U_0 = 0$ donc $a \times 0^2 + b \times 0 + c = 0$
soit $\boxed{c = 0}$

$U_1 = 2$ donc $a \times 1^2 + b \times 1 + 0 = 2$
soit $\boxed{a + b = 2}$

$U_2 = 6$ donc $a \times 2^2 + b \times 2 + 0 = 6$
soit $4a + 2b = 6$
ou $\boxed{2a + b = 3}$

On résout le système.

$\begin{cases} a + b = 2 \\ 2a + b = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 2 \\ a = 1 \end{cases}$ $L_2 - L_1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 - a \\ a = 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = 1 \end{cases}$

Conclusion $\boxed{U_n = n^2 + n}$