Exercice 1 — **3 points**

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim\limits_{n\to+\infty} 3n^2-7n$ **2.** $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{4n^2-3n}{n^3-n}$ **3.** $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{5^n-5}{2^n+3}$

Exercice 2 — **4 points**

Une entreprise décide de verser à ses ingénieurs une prime annuelle de 500 euros.

Pour ne pas se dévaluer, il est prévu que chaque année la prime augmente de 2% par rapport à l'année précédente.

On note (U_n) le montant de la prime la $n^{\text{ème}}$ année. On a donc $U_1 = 500$.

1. Calculer la prime versée la deuxième année.

2. Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n.

3. Un ingénieur compte rester 20 ans dans cette entreprise à partir du moment où est versée la prime.

a. Calculer la prime qu'il touchera la $20^{\text{ème}}$ année.

b. Calculer la somme totale S des primes touchées sur les 20 années.

Exercice 3 — **4 points**

Soit la suite (U_n) géométrique de raison 0,7 et de premier terme $U_0 = 4$.

1. Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n.

2. Exprimer U_n en fonction de n.

3. Calculer la limite de la suite (U_n).

4. On considère une suite (V_n) telle que pour tout entier naturel n, on a $V_n > U_n + 2\sqrt{n}$.

Peut-on en déduire la limite de la suite (V_n) ?

Exercice 4 — **4 points**

Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 0$ et pour tout entier naturel n $\quad U_{n+1} = \dfrac{1}{2}\sqrt{U_n^2+12}$

1. Calculer U_1. Détailler les calculs.

2. On pose pour tout entier naturel n, $V_n = U_n^2 - 4$

a. Montrer que la suite (V_n) est géométrique.

b. Exprimer V_n en fonction de n.

3. En déduire U_n en fonction de n. (On admet que U_n est positif pour tout n).