

Ex 1 $f(x) = -x^2 + 1$

$g(x) = 1 - x$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(1-x)$$

$$= -(1-x)^2 + 1$$

$$= -(1 - 2x + x^2) + 1$$

$$= -1 + 2x - x^2 + 1$$

$$= \boxed{2x - x^2}$$

$$g \circ f(x) = g(-x^2 + 1) = 1 - (-x^2 + 1)$$

$$= 1 + x^2 - 1$$

$$= \boxed{x^2}$$

Ex 2

1) $g(x) = \sqrt{e^x + x}$ $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

$$g'(x) = \frac{e^x + 1}{2\sqrt{e^x + x}}$$

2) $h(x) = e^{\frac{1}{4x}}$ $(e^u)' = e^u \times u'$

$$h'(x) = e^{\frac{1}{4x}} \times \frac{1}{4} \times \frac{-1}{x^2} = \boxed{\frac{-1}{4x^2} e^{\frac{1}{4x}}}$$

3) $P(x) = (4x^2 - x + 2)^3$ $(u^3)' = 3u^2 \times u'$

$$P'(x) = 3(4x^2 - x + 2) \times (8x - 1)$$

4) $f(x) = \frac{5}{(x^4 + 3)^3} = 5(x^4 + 3)^{-3}$ $(u^{-3})' = -3u^{-4} u'$

$$f'(x) = 5 \times (-3) \times (x^4 + 3)^{-4} \times 4x^3$$

$$= \frac{-15 \times 4x^3}{(x^4 + 3)^4}$$

$$f'(x) = \boxed{\frac{-60x^3}{(x^4 + 3)^4}}$$

Ex 3 $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{5}{\sqrt{x}} + 1$

$$f(x) = \frac{1}{4} x^4 - 5x \frac{1}{\sqrt{x}} + 1$$

$$F(x) = \frac{1}{4} \times \frac{x^5}{5} - 5 \times 2\sqrt{x} + x + C$$

$$F(x) = \frac{1}{20} x^5 - 10\sqrt{x} + x + C$$

$$F(1) = 1 \text{ donc } \frac{1}{20} - 10 + 1 + C = 1$$

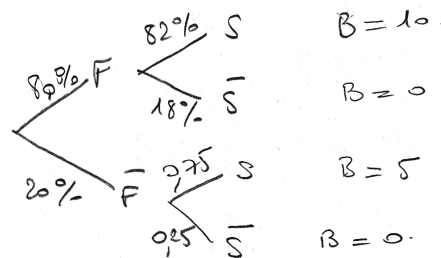
$$C = 10 - \frac{1}{20}$$

$$C = \frac{199}{20}$$

$$F(x) = \frac{1}{20} x^5 - 10\sqrt{x} + x + \frac{199}{20}$$

Ex 4

1a)



b) $P(\bar{F}n\bar{S}) = 5\% = 0,05$

b) $P_{\bar{F}}(S) = \frac{P(\bar{F}nS)}{P(\bar{F})} = \frac{0,05}{0,2} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0,25$

c) D'après la formule des probabilités totales.

$$P(S) = P(FnS) + P(\bar{F}nS)$$

$$= P(F) \times P_F(S) + P(\bar{F}) \times P_{\bar{F}}(S)$$

$$= 0,8 \times 0,82 + 0,2 \times 0,25$$

$$P(S) = \boxed{0,806}$$

d) $P_{\bar{F}}(F) = \frac{P(\bar{F}nS)}{P(S)} = \frac{0,8 \times 0,82}{0,806} \approx \boxed{0,814}$

2) a) Valeurs de B: 10, 5, 0

$$P(B=10) = P(F \cap S) = 0,8 \times 0,82 = \boxed{0,656}$$

$$P(B=5) = P(\bar{F} \cap S) = 0,2 \times 0,75 = \boxed{0,15}$$

$$P(B=0) = P(F \cap \bar{S}) + P(\bar{F} \cap \bar{S}) = 0,8 \times 0,18 + 0,2 \times 0,25 \\ = \boxed{0,194}$$

Vérification: total égal à 1

$$b) E(B) = 10 \times P(B=10) + 5 \times P(B=5) + 0 \times P(B=0) \\ = 10 \times 0,656 + 5 \times 0,15$$

$$\boxed{E(B) = 7,31}$$

c) En moyenne sur un objet le bénéfice est de 7,31€
donc sur 100 objets le bénéfice espéré est de

$$\boxed{731€}$$

3) a) ① Epreuve de Bernoulli: On teste la solidité d'un objet.

Succès: le test de solidité est satisfait

Probabilité du succès: $P(S) = 0,806$

② 4 épreuves identiques et indépendantes

X est la variable aléatoire égale au nombre de succès.

X suit la loi $B(4; 0,806)$

$$b) P(X=3) = \binom{4}{3} \times 0,806^3 \times 0,194 \\ \approx \boxed{0,406}$$

$$c) P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) \\ = 1 - 0,194^4 \\ \approx \boxed{0,999}$$