DM : Equations différentielles — Terminale

Soit (E) l'équation différentielle : $y'' - y' - 2y = 0$.
L'exercice a pour but de résoudre le problème suivant : déterminer une solution f de (E) , deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ et telle que $f(0) = 0$ et $f'(0) = 1$.

Partie A

On pose $g = f' - 2f$ avec f solution de (E) .

1. Vérifier que g est une solution de l'équation différentielle (E_1) : $y' + y = 0$ et que $g(0) = 1$.
2. Déterminer la fonction g .

Partie B

Soit (E_2) l'équation différentielle : $y' - 2y = e^{-x}$.

1. Démontrer que la fonction Φ définie sur $\mathbb{R}$ par $\Phi(x) = \dfrac{-1}{3}e^{-x}$ est une solution de l'équation (E_2)
2. Déterminer les solutions de l'équation différentielle $y' - 2y = 0$.
3. En déduire les solutions de l'équation différentielle (E_2) .

Partie C

Déduire de ce qui précède l'existence et l'unicité de la fonction f deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ solution de l'équation différentielle: $y'' - y' - 2y = 0$ et telle que $f(0) = 0$ et $f'(0) = 1$.

....

DM : Equations différentielles — Terminale

Soit (E) l'équation différentielle : $y'' - y' - 2y = 0$.
L'exercice a pour but de résoudre le problème suivant : déterminer une solution f de (E) , deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ et telle que $f(0) = 0$ et $f'(0) = 1$.

Partie A

On pose $g = f' - 2f$ avec f solution de (E) .

1. Vérifier que g est une solution de l'équation différentielle (E_1) : $y' + y = 0$ et que $g(0) = 1$.
2. Déterminer la fonction g .

Partie B

Soit (E_2) l'équation différentielle : $y' - 2y = e^{-x}$.

1. Démontrer que la fonction Φ définie sur $\mathbb{R}$ par $\Phi(x) = \dfrac{-1}{3}e^{-x}$ est une solution de l'équation (E_2)
2. Déterminer les solutions de l'équation différentielle $y' - 2y = 0$.
3. En déduire les solutions de l'équation différentielle (E_2) .

Partie C

Déduire de ce qui précède l'existence et l'unicité de la fonction f deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ solution de l'équation différentielle: $y'' - y' - 2y = 0$ et telle que $f(0) = 0$ et $f'(0) = 1$.