I. Calcul dans un repère orthonormé du plan

On note $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$

les coordonnées des points A et B.

1. Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

2. Coordonnées du milieu I de [AB].

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \qquad y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$

3. Longueur AB

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

4. Norme d'un vecteur

Si $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ alors $\|\overrightarrow{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

5. Produit scalaire de deux vecteurs

Si $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = xx' + yy'$

5. Vecteurs colinéaires - Vecteurs orthogonaux

Deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires si et seulement si il existe un nombre k tel que $\overrightarrow{u} = k\overrightarrow{v}$

Deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 0$

II. Droites dans le plan muni d'un repère orthonormé

1. Equations cartésiennes de droite

Dans le plan, une droite a une équation de la forme $ax + by + c = 0$ (a, b et c trois réels)

2. Vecteur normal à une droite

Un vecteur est normal à une droite, si ce vecteur est orthogonal à un vecteur directeur de la droite.

Une droite d'équation $ax + by + c = 0$ a pour vecteur normal $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

3. Droites parallèles

Soit une droite (d_1) de vecteur normal $\overrightarrow{n}_1$ et une droite (d_2) de vecteur normal $\overrightarrow{n}_2$

(d_1) et (d_2) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{n}_1$ et $\overrightarrow{n}_2$ sont colinéaires.

4. Droites perpendiculaires (ou orthogonales)

Soit une droite (d_1) de vecteur normal $\overrightarrow{n}_1$ et une droite (d_2) de vecteur normal $\overrightarrow{n}_2$

(d_1) et (d_2) sont perpendiculaires si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{n}_1$ et $\overrightarrow{n}_2$ sont orthogonaux.

Exercice 1

Soit les points E(-2 ; 5) , F(-1 ; 2) , A(-6 ; -5) et B (-8 ; 1)

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AB}$

2. Que peut-on en déduire pour les droites (EF) et (AB) ?

3. Soit le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$

a. Démontrer que $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{EF}=0$.

b. Que représente le vecteur $\overrightarrow{u}$ pour la droite (EF) ?

Exercice 2

Soit les droites (d_1) et (d_2) d'équation respective $3x+7y-1=0$ et $-2x+y-4=0$

1. Donner un vecteur normal de chacune des droites.

2. Ces droites sont-elles perpendiculaires ?

3. Ces droites sont-elles parallèles ?

Exercice 3

Soit les points R(5 ; -3) , F(1 ; 7) , H(-2 ; 9) , P(-7 ; 7) et la droite (d) d'équation $5x+2y-1=0$.

1. Démontrer que les droites (RS) et (d) sont parallèles.

2. Démontrer que les droites (HP) et (d) sont perpendiculaires.

Exercice 4

Soit la droite (d) de vecteur normal $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}-5\\3\end{pmatrix}$

Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par le point H(-2 ; 7).

Exercice 5

Soit les droites (d_1) et (d_2) d'équation respective $4x+2y-1=0$ et $-x+3y-4=0$

1. Démontrer que ces deux droites ne sont pas parallèles.

2. Calculer les coordonnées de leur point d'intersection K.

Exercice 6

1. Soit le cercle de centre K(2 ; 3) et de rayon 6. Le point A(5 ; 8) appartient-il au cercle ?

2. Soit E(-2 ; 5) et F(-1 ; -3) et le cercle de diamètre [EF].

a. Calculer les coordonnées du centre de ce cercle.

b. Calculer le rayon de ce cercle