Ex 1 $E(-2;5)$ $F(-1,2)$ $A(-6,-5)$ $B(-8,1)$

1) $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-1+2\\2-5\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-8+6\\1+5\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\6\end{pmatrix}$

2) On a $\overrightarrow{AB} = -2\,\overrightarrow{EF}$
donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires
et donc les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

3) $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$

a) $\vec{u}\cdot\overrightarrow{EF} = 6\times1 + 2\times(-3) = 6-6 = 0$

b) $\overrightarrow{EF}$ est un vecteur directeur de la droite (EF)
donc $\vec{u}$ est un vecteur normal à la droite (EF)

Ex 2 (d_1) d'équation $3x+7y-1=0$
(d_2) d'équation $-2x+y-4=0$

1) Vecteur normal à (d_1) : $\overrightarrow{n_1}\begin{pmatrix}3\\7\end{pmatrix}$
Vecteur normal à (d_2) : $\overrightarrow{n_2}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$

2) $\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2} = 3\times(-2)+7\times1 = -6+7 = 1 \neq 0$
donc les vecteurs $\overrightarrow{n_1}$ et $\overrightarrow{n_2}$ ne sont pas orthogonaux
donc les droites (d_1) et (d_2) ne sont pas perpendiculair

3) $\overrightarrow{n_1}$ et $\overrightarrow{n_2}$ ne sont pas colinéaires car il est clair que pour tout réel k, $\overrightarrow{n_1} \neq k\overrightarrow{n_2}$
donc les droites (d_1) et (d_2) ne sont pas parallèles

Ex 3 $R(5,-3)$ $S(1,7)$ $H(-2,9)$ $P(-7,7)$
(d) d'équation $5x+2y-1=0$

1) Vecteur normal à (d) : $\vec{n}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$
$\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix}1-5\\7+3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix}-4\\10\end{pmatrix}$ on a $\overrightarrow{RS}\cdot\vec{n} = -4\times5+10\times2 = 0$
$\overrightarrow{RS}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux donc (d) et (RS) sont parallèles

2) $\overrightarrow{HP}\begin{pmatrix}-7+2\\7-9\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{HP}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$
On a $\overrightarrow{HP} = -\vec{n}$
donc les vecteurs $\overrightarrow{HP}$ et $\vec{n}$ sont colinéaires donc les droites (HP) et (d) sont perpendiculaires

Ex 4 Vecteur normal à (d) : $\vec{n}\begin{pmatrix}-5\\3\end{pmatrix}$ $H(-2,7)$
(d) a donc pour équation $-5x+3y+c=0$
On détermine la valeur de c à l'aide du point H.
H appartient à (d) donc ses coordonnées vérifient l'équation de (d) donc $-5\times(-2)+3\times7+c=0$
$10+21+c=0$
$c=-31$
Donc (d) a pour équation $\boxed{-5x+3y-31=0}$

Ex 5 (d_1) d'équation $4x+2y-1=0$
(d_2) d'équation $-x+3y-4=0$

1) Vecteur normal à (d_1) : $\overrightarrow{n_1}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$
Vecteur normal à (d_2) : $\overrightarrow{n_2}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$
$\overrightarrow{n_1}$ et $\overrightarrow{n_2}$ ne sont pas colinéaires
donc les droites (d_1) et (d_2) ne sont pas parallèles.

2) Pour trouver les coordonnées de K leur point d'intersection on résout le système :

$$\begin{cases}4x+2y-1=0\\-x+3y-4=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}4x+2y=1\\-x+3y=4\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}4x+2y=1\\14y=17\end{cases} \quad L_1+4L_2$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}4x+2\left(\frac{17}{14}\right)=1\\y=\frac{17}{14}\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}4x=1-\frac{17}{7}\\y=\frac{17}{14}\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}4x=-\frac{10}{7}\\y=\frac{17}{14}\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{-5}{14}\\y=\frac{17}{14}\end{cases}$$

Donc $\boxed{K\left(-\frac{5}{14};\frac{17}{14}\right)}$

Vérification :

* $4\times\left(-\frac{5}{14}\right)+2\times\frac{17}{14} = -\frac{20}{14}+\frac{34}{14} = \frac{14}{14} = 1$

donc $K\in(d_1)$

* $-\left(-\frac{5}{14}\right)+3\left(\frac{17}{14}\right) = \frac{5}{14}+\frac{51}{14} = \frac{56}{14} = 4$

donc $K\in(d_2)$

$\boxed{\text{Ex 6}}$ $A(5,8)$

1) $K(2,3)$ Cercle $\mathcal{C}$ de centre K de rayon 6.

$AK = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \sqrt{(2-5)^2 + (3-8)^2}$

$AK = \sqrt{(-3)^2 + (-5)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$

$AK \neq 6$ car $6 = \sqrt{36}$

donc A n'appartient pas au cercle $\mathcal{C}$.

2) $E(-2,5)$ $F(-1,-3)$

a) le cercle a pour diamètre $[EF]$ donc le centre du cercle est le point I milieu de $[EF]$

$x_I = \frac{x_E + x_F}{2} = \frac{-2-1}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5$

$y_I = \frac{y_E + y_F}{2} = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1$

donc $\boxed{I(-1,5\,;1)}$

b) le rayon du cercle est égal à $\frac{EF}{2}$

$EF = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2}$

$EF = \sqrt{(-1+2)^2 + (-3-5)^2}$

$= \sqrt{1^2 + (-8)^2}$

$= \sqrt{1+64}$

$EF = \sqrt{65}$

donc le rayon est égal à $\boxed{\frac{1}{2}\sqrt{65}}$