Un employé se rend à son travail. On suppose que le premier jour l'employé arrive à l'heure.
Si l'employé est à l'heure un jour donné, la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est $\frac{1}{5}$.
S'il est en retard un jour donné la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est $\frac{1}{20}$.
Pour tout entier naturel non nul n, on appelle : R_n l'évènement : « l'employé est en retard le jour n ».

Partie A On pourra s'aider d'un arbre pondéré pour répondre aux questions suivantes.

1. Calculer la probabilité que l'employé arrive à l'heure les trois premiers jours.
2. Calculer la probabilité que l'employé arrive en retard le troisième jour.
3. Sachant que l'employé arrive en retard le troisième jour , quelle est la probabilité qu'il était en retard le deuxième jour ?

Partie B

Pour tout entier n, on note p_n, la probabilité que l'employé arrive en retard le jour n. On a donc $p_n = P(R_n)$ et $p_1 = 0$.

1. A l'aide d'un arbre pondéré, démontrer que $p_{n+1} = \frac{1}{5} - \frac{3}{20}p_n$.

   Pour tout entier naturel non nul n, on pose $V_n = p_n - \frac{4}{23}$.
2. Démontrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{3}{20}$.
3. Exprimer V_n puis p_n en fonction de n.
4. Calculer la limite de la suite (p_n). Donner une interprétation du résultat.

....

Un employé se rend à son travail. On suppose que le premier jour l'employé arrive à l'heure.
Si l'employé est à l'heure un jour donné, la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est $\frac{1}{5}$.
S'il est en retard un jour donné la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est $\frac{1}{20}$.
Pour tout entier naturel non nul n, on appelle : R_n l'évènement : « l'employé est en retard le jour n ».

Partie A On pourra s'aider d'un arbre pondéré pour répondre aux questions suivantes.

1. Calculer la probabilité que l'employé arrive à l'heure les trois premiers jours.
2. Calculer la probabilité que l'employé arrive en retard le troisième jour.
3. Sachant que l'employé arrive en retard le troisième jour , quelle est la probabilité qu'il était en retard le deuxième jour ?

Partie B

Pour tout entier n, on note p_n, la probabilité que l'employé arrive en retard le jour n. On a donc $p_n = P(R_n)$ et $p_1 = 0$.

1. A l'aide d'un arbre pondéré, démontrer que $p_{n+1} = \frac{1}{5} - \frac{3}{20}p_n$.

   Pour tout entier naturel non nul n, on pose $V_n = p_n - \frac{4}{23}$.
2. Démontrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{3}{20}$.
3. Exprimer V_n puis p_n en fonction de n.
4. Calculer la limite de la suite (p_n). Donner une interprétation du résultat.