Ex 1

① $f(x) = \frac{x^2}{3} - \frac{5}{x} + 3\sqrt{x} = \frac{1}{3} \times x^2 - 5 \times \frac{1}{x} + 3 \times \sqrt{x}$

$f'(x) = \frac{1}{3} \times 2x - 5 \times \left(-\frac{1}{x^2}\right) + 3 \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$\boxed{f'(x) = \frac{2x}{3} + \frac{5}{x^2} + \frac{3}{2\sqrt{x}}}$

② $f(x) = \frac{8x-1}{3x+2}$ $\qquad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$f'(x) = \frac{8(3x+2) - (8x-1) \times 3}{(3x+2)^2}$

$f'(x) = \frac{24x + 16 - 24x + 3}{(3x+2)^2} = \boxed{\frac{19}{(3x+2)^2}}$

× ③ $f(x) = \frac{5x^2 + x}{7} = \frac{1}{7} \times (5x^2 + x)$

$f'(x) = \frac{1}{7} \times (10x + 1) = \boxed{\frac{10x+1}{7}}$

④ $f(x) = \frac{4}{e^x + 5} = 4 \times \frac{1}{e^x + 5}$ $\qquad \left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

$f'(x) = 4 \times \frac{-e^x}{e^x + 5} = \boxed{-\frac{4e^x}{e^x+5}}$

⑤ $f(x) = (x^4 + x + 1)^2$ $\qquad (u^2)' = 2u \times u'$

$f'(x) = 2(x^4 + x + 1) \times (4x^3 + 1)$

⑥ $f(x) = e^{\sqrt{x}}$ $\qquad (e^u)' = e^u \times u'$

$\boxed{f'(x) = e^{\sqrt{x}} \times \frac{1}{2\sqrt{x}}}$

⑦ $f(x) = \sqrt{8x+3}$ $\qquad (\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \times u'$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{8x+3}} \times 8 = \boxed{\frac{4}{\sqrt{8x+3}}}$

Ex 2

Sur $\mathbb{R}$ $f(x) = x + (2x-3)e^{-x}$

1) $f'(x) = 1 + 2e^{-x} + (2x-3) \times e^{-x} \times (-1)$

$f'(x) = 1 + 2e^{-x} - 2xe^{-x} + 3e^{-x}$

$f'(x) = 1 - 2xe^{-x} + 5e^{-x}$

$f''(x) = -2e^{-x} - 2xe^{-x} \times (-1) + 5e^{-x} \times (-1)$

$f''(x) = -2e^{-x} + 2xe^{-x} - 5e^{-x}$

$f''(x) = e^{-x}(-2 + 2x - 5)$

$f''(x) = e^{-x}(-7 + 2x)$

$\boxed{f''(x) = (2x-7)\, e^{-x}}$

2) $2x - 7 = ax + b$. avec $a = 2$, $a > 0$.

et $2x - 7 = 0$ pour $x = \frac{7}{2}$

$\forall x \in \mathbb{R}$ $e^{-x} > 0$ donc $f''(x)$ a même signe que $2x-7$

x	0	$7/2$	$+\infty$
$2x-7$	$-$	0	$+$
$f''(x)$	$-$	0	$+$

3)

x	0 3 $7/2$		$+\infty$
Variation de f'	↘		↗

× 4) On a $f'(3) > 0$.

donc sur $[0, 3]$ f' est positive

donc f est croissante sur $[0, 3]$

$f'(0) = 1 + 2e^0 - (-3)e^0$

$= 1 + 2 + 3$

$= 5$

$f'(3) = 1 + 2e^{-3} - 3e^{-3}$

$= 1 - e^{-3}$

$= e^0 - e^{-3}$

or exp est croissante sur $\mathbb{R}$ donc d'après

$-3 < 0$

on a $e^{-3} < e^0$

$e^{-3} < 1$

donc $1 - e^{-3} > 0$.

1 h (