

$$1) P(I) = 5,7\% = \frac{57}{100} = \boxed{0,057}$$

2) a) Epreuve: On choisit une personne
Succès: si la personne a déjà été infectée par le covid 19
 $P(S) = 0,057$

100 épreuves identiques et indépendantes

X est la variable aléatoire égale au nombre de succès

X suit la loi $B(100; 0,057)$

$$b) E(X) = np = 100 \times 0,057 = 5,7$$

Donc en moyenne sur 100 personnes, 5,7 ont été contaminés par le covid 19.

$$c) P(X=3) = \binom{100}{3} \times 0,057^3 \times (1-0,057)^{97} \\ \approx \boxed{0,101}$$

$$d) P(X=0) = (1-0,057)^{100} = 0,943^{100} \approx \boxed{0,003}$$

$$e) P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) \approx 1 - 0,003 \approx \boxed{0,997}$$

f) on cherche le nombre n de personnes pour lequel $P(X \geq 1) > 0,5$

Dans ce cas X suit la loi $B(n; 0,057)$

$$\text{et } P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) \\ = 1 - 0,943^n$$

On cherche donc n tel que $1 - 0,943^n > 0,5$

Réponse A partir de 12 personnes, la probabilité qu'il y ait au moins 1 personne qui a déjà été infectée est supérieure à 0,5

$$\rightarrow 1) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^3 - 1}{n^2 - 5n^3} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 \left(2 - \frac{1}{n^3}\right)}{n^3 \left(\frac{1}{n} - 5\right)} = \frac{2-0}{0-5} = \boxed{-\frac{2}{5}}$$

$$2) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^n - 2^n}{1 - 2^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^n \left(1 - \frac{2^n}{4^n}\right)}{2^n \left(\frac{1}{2^n} - 1\right)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{\frac{1}{2^n} - 1}$$

$$3) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 - 2\sqrt{n}}{n^2 - 5n} = +\infty \left(\frac{1-0}{-1}\right) = \boxed{-\infty}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(3 - \frac{2\sqrt{n}}{n^2}\right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(3 - \frac{2}{n\sqrt{n}}\right)$$

$$= +\infty \left(3 - \frac{2}{+\infty}\right)$$

$$= +\infty (3 - 0)$$

$$= \boxed{+\infty}$$