(1 heure - Calculatrice interdite)

Exercice 1 — 2 points

1. Résoudre l'équation différentielle (E) $3y' - 4y = 6$

2. Déterminer la solution de (E) dont la courbe passe par le point A(0 ; 2).

Exercice 2 — 2 points

On a étudié en laboratoire l'évolution d'une population de petits rongeurs.

La taille de la population, au temps t, est notée $g(t)$.

La variable réelle t désigne le temps, exprimé en années.

L'unité choisie pour $g(t)$ est la centaine d'individus.

Une étude a montré que la fonction g vérifie la relation $g'(t) = \dfrac{g(t)}{4}$

Déterminer l'expression de $g(t)$ sachant que la population était de 200 rongeurs à la date $t = 0$.

Exercice 3 — 3 points

Soit l'équation différentielle (E) : $y' + 2y = x$.

1. Résoudre l'équation différentielle (E′) : $y' + 2y = 0$.

2. Déterminer une fonction affine solution de l'équation différentielle (E).

3. En déduire les solutions de (E).

Exercice 4 — 5 points

On considère l'équation différentielle : (E) $y' + y = \dfrac{x^2}{2}\mathrm{e}^{-x}$

On fait l'hypothèse que deux fonctions g et h, définies et dérivables sur $\mathbb{R}$, vérifient, pour tout x réel : $g(x) = h(x)\mathrm{e}^{-x}$.

1. a. Montrer que g est solution de (E) si et seulement si, pour tout x réel, $h'(x) = \dfrac{x^2}{2}$

   b. En déduire la fonction h sachant que $h(0) = 0$.

   c. Quelle est alors la fonction g ?

2. a. Résoudre $y' + y = 0$

   b. En déduire les solutions de l'équation (E).