Ex 1

1) $4y'+3y=6 \iff 4y'=-3y+6$

$\iff y'=-\frac{3}{4}y+\frac{6}{4}$

Solutions $y(x)=Ce^{-\frac{3}{4}x}-\frac{\frac{6}{4}}{-\frac{3}{4}}$

$\boxed{y(x)=Ce^{-\frac{3}{4}x}+2}$ $C\in\mathbb{R}$.

2) $y'=-6y$

$f(x)=Ce^{-6x}$ avec $f(0)=2$

donc $Ce^{0}=2$

$C=2$ Conclusion. $\boxed{f(x)=2e^{-6x}}$

3) $y'+2y=3e^{-3x}$

$f(x)=-3e^{-3x}$

$f'(x)=-3e^{-3x}\times(-3)=9e^{-3x}$

$f'(x)+2f(x)=9e^{-3x}-6e^{-3x}=3e^{-3x}$

donc f est solution de $y'+2y=3e^{-3x}$

4) $2f'(x)-f(x)=4$ et $f(0)=4$

f est solution de $2y'-y=4$

On a $2y'-y=4 \iff 2y'=y+4$

$\iff y'=\frac{1}{2}y+2$

donc $f(x)=Ce^{\frac{1}{2}x}-\frac{2}{\frac{1}{2}}$ avec $C\in\mathbb{R}$

$f(x)=Ce^{\frac{1}{2}x}-4$

$f(0)=3$ donc $Ce^{0}-4=3 \iff C=7$

donc $\boxed{f(x)=7e^{\frac{1}{2}x}-4}$

5) $y'=\frac{3}{x^2}$ donc $y'=3\times\frac{1}{x^2}$

Solutions $\boxed{y(x)=-\frac{3}{x}+C}$ (Primitives)

5

Ex 2

$q'(t)+0{,}2\,q(t)=0$

q est solution de $y'+0{,}2y=0$

$y'+0{,}2y=0 \iff y'=-0{,}2y$

Solutions: $y(t)=Ce^{-0{,}2t}$ avec $C\in\mathbb{R}$.

donc $\boxed{q(t)=Ce^{-0{,}2t}}$

On a $q(5)=1$ donc $Ce^{-0{,}2\times5}=1$

$Ce^{-1}=1$

$C=e$

donc $\boxed{q(t)=e\,e^{-0{,}2t}}$

A l'instant $t=0$, on a $q(0)=e\,e^{0}=e$

$q(0)\simeq 2{,}72$

A l'instant $t=0$, on a injecté 2,72 mg de médicament

Ex 3

$y'=3y(4-y)$

$\forall x\in\mathbb{R}, g(x)=\frac{1}{f(x)}$

1) $g'(x)=\frac{-f'(x)}{(f(x))^2}=\frac{-3f(x)(4-f(x))}{(f(x))^2}$ car f solution de $y'=3y(4-y)$

$=-\frac{3(4-f(x))}{f(x)}=\frac{-12+3f(x)}{f(x)}$

$=-\frac{12}{f(x)}+3=-12\times\frac{1}{f(x)}+3$

$=-12\,g(x)+3$

donc g est solution de $y'=-12y+3$

2) $y'=-12y+3$

Solutions $y(x)=Ce^{-12x}-\frac{3}{-12}=\boxed{Ce^{-12x}+\frac{1}{4}}$ avec $C\in\mathbb{R}$

3) On a $g(x)=Ce^{-12x}+\frac{1}{4}$ avec $g(0)=\frac{1}{f(0)}=1$

donc $Ce^{0}+\frac{1}{4}=1 \iff C=1-\frac{1}{4} \iff C=\frac{3}{4}$

donc $\boxed{g(x)=\frac{3}{4}e^{-12x}+\frac{1}{4}}$

et $f(x)=\frac{1}{g(x)}=\frac{1}{\frac{3}{4}e^{-12x}+\frac{1}{4}}=\frac{1}{\frac{3e^{-12x}+1}{4}}=\boxed{\frac{4}{3e^{-12x}+1}}$

Mai. 1h