Exercice 1 ——— **8 points**

1. Calculer $2\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-4\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{3}\times\sqrt{3} - 2\sqrt{3}\times 4\sqrt{2} = 2\times 3 - 8\sqrt{6} = \boxed{6-8\sqrt{6}}$

$\sqrt{20}-3\sqrt{5} = \sqrt{4\times 5} - 3\sqrt{5} = \sqrt{4}\times\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = \boxed{-\sqrt{5}}$

2. Ecrire sous la forme $\sqrt{a}$: $4\sqrt{2} = \sqrt{16}\times\sqrt{2} = \boxed{\sqrt{32}}$

3. Supprimer la racine carrée au dénominateur : $\dfrac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \boxed{\dfrac{\sqrt{6}}{8}}$

$\dfrac{2}{1-\sqrt{2}} = \dfrac{2(1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \dfrac{2+2\sqrt{2}}{1^2-(\sqrt{2})^2} = \dfrac{2+2\sqrt{2}}{1-2} = \dfrac{2+2\sqrt{2}}{-1} = \boxed{-2-2\sqrt{2}}$

4. Dans un repère orthonormé du plan, soit les points A $\left(\sqrt{3}\,;-\sqrt{3}\right)$ et B $\left(1\,;2\sqrt{3}\right)$. Calculer la longueur AB.

$AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} = \sqrt{(1-\sqrt{3})^2+(2\sqrt{3}+\sqrt{3})^2}$

$AB = \sqrt{1-2\sqrt{3}+3+(3\sqrt{3})^2} = \sqrt{4-2\sqrt{3}+27} = \boxed{\sqrt{31-2\sqrt{3}}}$

5. Dans un repère orthonormé du plan, soit un triangle EFG rectangle en F avec $EF = 2\sqrt{3}+\sqrt{2}$ et $FG = 6$. Calculer EG.

D'après le théorème de Pythagore on a : $EG^2 = EF^2 + FG^2$

donc $EG^2 = (2\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 + 6^2 = (2\sqrt{3})^2 + 2\times 2\sqrt{3}\times\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 + 36$

$EG^2 = 12 + 4\sqrt{6} + 2 + 36 = 50 + 4\sqrt{6}$ donc $\boxed{EG = \sqrt{50+4\sqrt{6}}}$

Exercice 2 ——— **6 points**

1. Ecrire, si c'est possible, les expressions sous la forme d'une somme (~~avec tous les termes non nuls~~ en utilisant les valeurs données) :

X $\dfrac{5}{6+x}$ /

$\dfrac{x-5}{7} = \dfrac{x}{7} - \dfrac{5}{7}$

2. Compléter les égalités pour obtenir un produit d'une constante différente de 1 par une fonction de x :

$\dfrac{6}{x+5} = 6\times\dfrac{1}{x+5}$

$\dfrac{4x-2}{7} = \dfrac{1}{7}(4x-2)$

3. Réduire en un quotient l'expression suivante :

$-x+2-\dfrac{1+x}{x-2} = \dfrac{-x(x-2)+2(x-2)-(1+x)}{x-2} = \dfrac{-x^2+2x+2x-4-1-x}{x-2}$

X

$= \dfrac{-x^2+3x-5}{x-2}$

4. Simplifier les expressions suivantes :

$\dfrac{4}{2b+4} = \dfrac{2\times 2}{2(b+2)} = \dfrac{2}{b+2}$

$\dfrac{4a^2-9}{2a-3} = \dfrac{(2a)^2-3^2}{2a-3} = \dfrac{(2a-3)(2a+3)}{2a-3} = \boxed{2a+3}$

Exercice 3 — 6 points

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui peut s'écrire sous les trois formes suivantes :

Forme 1 $f(x) = 4x^2 - 8x - 12$

Forme 2 $f(x) = 4(x-1)^2 - 16$

Forme 3 $f(x) = (2x+2)(2x-6)$

Répondre aux questions suivantes en choisissant la forme la plus adaptée, c'est-à-dire celle qui permet de répondre à la question avec un minimum de calcul.

1. Calculer $f(0)$ Forme 1 $f(0) = -12$

2. Résoudre $f(x) = -12$ Forme 1

$f(x) = -12 \Leftrightarrow 4x^2 - 8x - 12 = -12 \Leftrightarrow 4x^2 - 8x = 0$

$\Leftrightarrow x(4x-8) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $4x - 8 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2$ $S = \{0;2\}$

3. Déterminer les valeurs qui annulent f Forme 3

$f(x) = 0 \Leftrightarrow (2x+2)(2x-6) = 0$

$\Leftrightarrow 2x + 2 = 0$ ou $2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 3$

$S = \{-1;3\}$

4. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 4x^2 - 2x$. Pour cette question, on prendra $f(x) = 4x^2 - 8x - 12$

On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les représentations graphiques des fonctions f et g dans un repère orthonormé du plan.

Déterminer les coordonnées du point d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

On résout $f(x) = g(x)$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 4x^2 - 8x - 12 = 4x^2 - 2x$

$\Leftrightarrow \cancel{4x^2} - 8x - 12 - \cancel{4x^2} + 2x = 0$

$\Leftrightarrow -6x - 12 = 0$

$\Leftrightarrow -6x = 12$

$\Leftrightarrow x = -2$ 1 seule valeur de x donc 1 seul point

Calcul de y : $y = g(-2)$

$y = 4(-2)^2 - 2(-2) = 4 \times 4 + 4 = 16 + 4 = 20$

Point d'intersection de coordonnées $(-2;20)$