

Soit la suite définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = \frac{1}{5}U_n + \frac{4}{5}$

1. Calculer U_1 et U_2 . (sans calculatrice)
2. a. Démontrer par récurrence que pour tout $n \geq 0$, $U_n \geq 1$.
b. En déduire le signe de $U_{n+1} - U_n$. Que peut-on en déduire pour la suite (U_n) ?
3. Démontrer par récurrence que pour tout $n \geq 0$, $U_n = \frac{2}{5^n} + 1$.
4. Pour $n \geq 0$, on pose $W_n = \frac{2}{5^n}$.
 - a. Démontrer que (W_n) est géométrique.
 - b. Calculer $\sum_{k=0}^n W_k$ puis $\sum_{k=0}^n U_k$

Soit la suite définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = \frac{1}{5}U_n + \frac{4}{5}$

1. Calculer U_1 et U_2 . (sans calculatrice)
2. a. Démontrer par récurrence que pour tout $n \geq 0$, $U_n \geq 1$.
b. En déduire le signe de $U_{n+1} - U_n$. Que peut-on en déduire pour la suite (U_n) ?
3. Démontrer par récurrence que pour tout $n \geq 0$, $U_n = \frac{2}{5^n} + 1$.
4. Pour $n \geq 0$, on pose $W_n = \frac{2}{5^n}$.
 - a. Démontrer que (W_n) est géométrique.
 - b. Calculer $\sum_{k=0}^n W_k$ puis $\sum_{k=0}^n U_k$

Soit la suite définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = \frac{1}{5}U_n + \frac{4}{5}$

1. Calculer U_1 et U_2 . (sans calculatrice)
2. a. Démontrer par récurrence que pour tout $n \geq 0$, $U_n \geq 1$.
b. En déduire le signe de $U_{n+1} - U_n$. Que peut-on en déduire pour la suite (U_n) ?
3. Démontrer par récurrence que pour tout $n \geq 0$, $U_n = \frac{2}{5^n} + 1$.
4. Pour $n \geq 0$, on pose $W_n = \frac{2}{5^n}$.
 - a. Démontrer que (W_n) est géométrique.
 - b. Calculer $\sum_{k=0}^n W_k$ puis $\sum_{k=0}^n U_k$