

---

Soit la suite définie pour  $n \in \mathbb{N}$  par  $U_0 = 3$  et  $U_{n+1} = \frac{1}{5}U_n + \frac{4}{5}$

1. Calculer  $U_1$  et  $U_2$ . (sans calculatrice)
  2.
    - a. Démontrer par récurrence que pour tout  $n \geq 0$ ,  $U_n \geq 1$ .
    - b. En déduire le signe de  $U_{n+1} - U_n$ . Que peut-on en déduire pour la suite  $(U_n)$  ?
  3. Démontrer par récurrence que pour tout  $n \geq 0$ ,  $U_n = \frac{2}{5^n} + 1$ .
  4. Pour  $n \geq 0$ , on pose  $W_n = \frac{2}{5^n}$ .
    - a. Démontrer que  $(W_n)$  est géométrique.
    - b. Calculer  $\sum_{k=0}^n W_k$  puis  $\sum_{k=0}^n U_k$
- .....

## DM 2 : Suites et raisonnement par récurrence

## Terminale

---

Soit la suite définie pour  $n \in \mathbb{N}$  par  $U_0 = 3$  et  $U_{n+1} = \frac{1}{5}U_n + \frac{4}{5}$

1. Calculer  $U_1$  et  $U_2$ . (sans calculatrice)
  2.
    - a. Démontrer par récurrence que pour tout  $n \geq 0$ ,  $U_n \geq 1$ .
    - b. En déduire le signe de  $U_{n+1} - U_n$ . Que peut-on en déduire pour la suite  $(U_n)$  ?
  3. Démontrer par récurrence que pour tout  $n \geq 0$ ,  $U_n = \frac{2}{5^n} + 1$ .
  4. Pour  $n \geq 0$ , on pose  $W_n = \frac{2}{5^n}$ .
    - a. Démontrer que  $(W_n)$  est géométrique.
    - b. Calculer  $\sum_{k=0}^n W_k$  puis  $\sum_{k=0}^n U_k$
- .....

## DM 2 : Suites et raisonnement par récurrence

## Terminale

---

Soit la suite définie pour  $n \in \mathbb{N}$  par  $U_0 = 3$  et  $U_{n+1} = \frac{1}{5}U_n + \frac{4}{5}$

1. Calculer  $U_1$  et  $U_2$ . (sans calculatrice)
2.
  - a. Démontrer par récurrence que pour tout  $n \geq 0$ ,  $U_n \geq 1$ .
  - b. En déduire le signe de  $U_{n+1} - U_n$ . Que peut-on en déduire pour la suite  $(U_n)$  ?
3. Démontrer par récurrence que pour tout  $n \geq 0$ ,  $U_n = \frac{2}{5^n} + 1$ .
4. Pour  $n \geq 0$ , on pose  $W_n = \frac{2}{5^n}$ .
  - a. Démontrer que  $(W_n)$  est géométrique.
  - b. Calculer  $\sum_{k=0}^n W_k$  puis  $\sum_{k=0}^n U_k$