I. Calculs de termes d'une suite

Exercice 1

1. Soit la suite (U_n) définie par $U_0=3$ et pour tout entier naturel n, $U_{n+1}=2U_n-1$. Calculer U_1.

(Pour $n=0$) $U_1=2U_0-1=6-1=5$

Réponse : $\boxed{U_1=5}$

2. Soit la suite (W_n) définie par $W_1=-4$ et pour tout entier naturel $n\geq 1$, $W_n=nW_{n-1}+6$. Calculer W_2.

(Pour $n=2$) $W_2=2W_1+6=-8+6=-2$

Réponse : $\boxed{W_2=-2}$

3. Soit la suite (V_n) définie par $V_0=2$, $V_1=4$ et pour tout entier naturel n, $V_{n+2}=(n-2)V_{n+1}-V_n$. Calculer V_2.

(Pour $n=0$) $V_2=-2V_1-V_0=-8-2=-10$

Réponse : $\boxed{V_2=-10}$

4. (U_n) est une suite arithmétique de raison 5 et de premier terme $U_0=1$. Calculer U_{10}.

On a pour tout $n\geq 0$, $U_n=U_0+nr$ donc $U_{10}=U_0+10r=1+50=51$

Réponse : $\boxed{U_{10}=51}$

5. (V_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$ et de premier terme $V_0=6$. Calculer V_3.

On a pour tout $n\geq 0$, $V_n=V_0\times q^n$ donc $V_3=V_0\times q^3=6\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^3=6\times\dfrac{1}{3^3}=\dfrac{3\times 2}{3\times 3^2}=\dfrac{2}{3^2}=\dfrac{2}{9}$

Réponse : $\boxed{V_3=\dfrac{2}{9}}$

6. Soit la suite (V_n) définie par $V_0=2$, $V_1=4$ et pour tout entier naturel n, $V_{n+2}=(n-2)V_{n+1}-V_n$. Calculer V_2

On a : $V_2=-2V_1-V_0=-8-2=-10$

Réponse : $\boxed{V_2=-10}$

II. Reconnaitre des suites arithmétiques ou géométriques

Exercice 2 Reconnaitre des suites arithmétiques ou géométriques parmi les cas suivants :

1. $U_{n+1} = U_n - \sqrt{2}$
2. $U_{n+1} = \dfrac{U_n}{3}$
3. $U_{n+1} = -4 + U_n$
4. $U_{n+1} = 5 - U_n$
5. $U_{n+1} = -U_n$
6. $U_{n+1} = U_n \times 2n$
7. $U_{n+1} = U_n + n$
8. $U_{n+1} = 3U_n - 1$

Réponse : **1. , 2. , 3. , 5.** En effet :

1. $U_{n+1} = U_n - \sqrt{2}$ Suite arithmétique de raison $-\sqrt{2}$
2. $U_{n+1} = \dfrac{U_n}{3}$ Suite géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$ car $U_{n+1} = U_n \times \dfrac{1}{3}$
3. $U_{n+1} = -4 + U_n$ Suite arithmétique de raison -4 car $U_{n+1} = U_n - 4$
5. $U_{n+1} = -U_n$ Suite géométrique de raison -1 car $U_{n+1} = U_n \times (-1)$

Les autres suites ne peuvent pas s'écrire sous la forme $U_{n+1} = U_n + r$ ou $U_{n+1} = U_n \times q$ avec r et q constants.

III. A partir de l'expression de U_n en fonction de n, exprimer U_{n+1} en fonction de n

Exercice 3 Donner une expression de U_{n+1} en fonction de n dans les cas suivants :

1. $U_n = \dfrac{2n-1}{3}$

   donc $U_{n+1} = \dfrac{2(n+1)-1}{3} = \dfrac{2n+2-1}{3}$

   Réponse : $\boxed{U_{n+1} = \dfrac{2n+1}{3}}$

2. $U_n = 3n^2 - n$

   donc $U_{n+1} = 3(n+1)^2 - (n+1) = 3(n^2+2n+1) - n - 1 = 3n^2 + 6n + 3 - n - 1$

   Réponse : $\boxed{U_{n+1} = 3n^2 + 5n + 2}$

3. $U_n = (3n-1)^2$ donc

   $U_{n+1} = (3(n+1)-1)^2 = (3n+3-1)^2 = (3n+2)^2 = 9n^2 + 12n + 4$

   Réponse : $\boxed{U_{n+1} = 9n^2 + 12n + 4}$