Calculs préparatoires pour le raisonnement par récurrence

Exercice 1 Soit n un entier. Mettre sous la forme $a \times b^n$ avec a et b réels :

1. 3^{3n+1}
2. 5^{2n-1}
3. $3 \times 2^{n+1}$
4. $\dfrac{2}{3^n}$
5. $\dfrac{5 \times 2^{3n}}{7^n}$
6. $\dfrac{2^{n+1}}{5^{n-2}}$

Exercice 2 Exprimer U_{n+1} en fonction de n dans les cas suivants :

1. Pour $n \geq 0$, $U_n = 2n^2 - 3$
2. Pour $n \geq 0$, $U_n = 2^{2n-1}$
3. Pour $n \geq 4$, $U_n = \dfrac{n-1}{3-n}$

Exercice 3

1. Pour $n \geqslant 1$, soit $V_n = \dfrac{U_n}{\sqrt{U_n^2+1}}$.

   Pour $n \geqslant 1$, démontrer que si $U_n = \dfrac{1}{\sqrt{n}}$ alors $V_n = U_{n+1}$.

2. Pour $n \geqslant 1$, soit $V_n = \dfrac{U_n}{1+U_n}$.

   Pour $n \geqslant 1$, démontrer que si $U_n = \dfrac{2}{2n+1}$ alors $V_n = U_{n+1}$.

Exercice 4 Soit une suite (U_n) vérifiant pour tout entier naturel n ,

$$U_{n+1} = 2U_n - n - 1$$

Pour tout entier naturel n, on note $\mathscr{P}(n)$ la proposition suivante : $U_n = 2(2^{n-1}+1)+n$.

Soit un entier naturel n, démontrer que si $\mathscr{P}(n)$ est vraie alors $\mathscr{P}(n+1)$ est vraie.

Exercice 5 Soit une suite (U_n) vérifiant pour tout entier naturel n ,

$$U_{n+1} = 10U_n + 21$$

Pour tout entier naturel n, on note $\mathscr{P}(n)$ la proposition suivante : $3U_n = 10^{n+1} - 7$.

Soit un entier naturel n, démontrer que si $\mathscr{P}(n)$ est vraie alors $\mathscr{P}(n+1)$ est vraie.