

$$f(x) = 2x + 1 + \frac{2}{x-2} \text{ sur }]2; +\infty[$$

1) Coef directeur de la tangente au point d'abscisse 4 : $f'(4)$

$$\text{On a } f'(x) = 2 + 2 \times \frac{-1}{(x-2)^2} = 2 - \frac{2}{(x-2)^2}$$

$$f'(4) = 2 - \frac{2}{4} = 2 - \frac{1}{2} = \boxed{\frac{3}{2}}$$

$$2) y = f'(4)(x-4) + f(4)$$

$$\left| f(4) = 8 + 1 + \frac{2}{2} = 10 \right.$$

$$y = \frac{3}{2}(x-4) + 10$$

$$y = \frac{3}{2}x - 6 + 10$$

$$\boxed{y = \frac{3}{2}x + 4} \text{ Equation de (T)}$$

3) Pour étudier la position de C_f par rapport à (T) on étudie le signe de $f(x) - (\frac{3}{2}x + 4)$

$$\text{On a } f(x) - (\frac{3}{2}x + 4) = f(x) - \frac{3}{2}x - 4$$

$$= 2x + 1 + \frac{2}{x-2} - \frac{3}{2}x - 4$$

$$= \frac{x}{2} - 3 + \frac{2}{x-2}$$

$$= \frac{x(x-2)}{2(x-2)} - \frac{3 \times 2(x-2)}{2(x-2)} + \frac{4}{2(x-2)}$$

$$= \frac{x^2 - 2x - 6(x-2) + 4}{2(x-2)}$$

$$= \frac{x^2 - 2x - 6x + 12 + 4}{2(x-2)} = \frac{x^2 - 8x + 16}{2(x-2)}$$

$$= \frac{(x-4)^2}{2(x-2)}$$

4) Pour tout $x \in]2; +\infty[$

$$(x-4)^2 \geq 0 \quad (\text{s'annule pour } x=4)$$

donc $f(x) - (\frac{3}{2}x + 4)$ a même signe que $x-2$

$$\text{Or } x > 2 \text{ donc } x-2 > 0$$

$$\text{donc } f(x) - (\frac{3}{2}x + 4) \geq 0$$

donc C_f est au-dessus de (T) sur $]2; +\infty[$