Calculatrice interdite

Exercice 1 — **2 points**

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

1. f définie et dérivable sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{5}{4x+3x^2}$

2. h définie et dérivable sur $\mathbb{R}^*$ par $h(x)=\left(\dfrac{1}{x}+2\right)^3$

Exercice 2 — **5 points**

1. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{3x^2}{2}-x+2$.

   Déterminer la primitive F de f tel que $F(-1)=3$

2. Soient g et h deux fonctions définies et dérivables sur $]0\,;+\infty[$ avec $g(x)=x^2-x\sqrt{x}$ et $h(x)=2x-\dfrac{3}{2}\sqrt{x}$.

   Démontrer que g est une primitive de h.

3. Soit la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x)=\mathrm{e}^x(x^2-2)$

   Déterminer les réels a, b et c tels que la fonction p définie par $p(x)=(ax^2+bx+c)\mathrm{e}^x$ soit une primitive de u sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3 — **2 points**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{\sin(x)}{x}$.

Démontrer que f est solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y'+\dfrac{1}{x}y=\dfrac{\cos(x)}{x}$.

Exercice 4 — **4 points**

On considère une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

On note $\mathscr{C}_f$ la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé du plan.

On a les informations suivantes :

- Le point A$(5\,;-8)$ est l'unique point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_f$.
- La tangente au point A a pour équation $y=-x-3$.
- Sur $]-\infty\,;0]$ la fonction f est convexe.

En justifiant, répondre aux questions suivantes :

1. Donner les valeurs de $f(5)$, $f'(5)$ et $f''(5)$.

2. **a.** Quelle est la convexité de f sur $[7\,;+\infty[$?

   b. Sans chercher à calculer les valeurs de $f'(8)$ et $f'(9)$, comparer ces nombres.