

## Calcul Primitives n°1 - Correction

Calculer une primitive des fonctions suivantes.

On prendra la constante d'intégration  $C$  égale à 0.

1. Pour  $x \in \mathbb{R}$   $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$

$$f(x) = \frac{1}{2} \times \frac{2x}{\sqrt{x^2+3}}$$

$$f = \frac{1}{2} \times \frac{u'}{\sqrt{u}}$$

$$F(x) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{x^2+3}$$

$$F = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{u}$$

$$F(x) = \sqrt{x^2+3}$$

Formule :  $\frac{u'}{\sqrt{u}}$

Primitive :  $2\sqrt{u}$

avec  $u(x) = x^2 + 3$

et donc  $u'(x) = 2x$

2. Pour  $x \in \mathbb{R}$   $f(x) = \frac{7x^2}{5\sqrt{x^3+1}}$

$$f(x) = \frac{7}{5} \times \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}}$$

$$f(x) = \frac{7}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{3x^2}{\sqrt{x^3+1}}$$

$$f = \frac{7}{15} \times \frac{u'}{\sqrt{u}}$$

$$F(x) = \frac{7}{15} \times 2\sqrt{x^3+1}$$

$$F = \frac{7}{15} \times 2\sqrt{u}$$

$$F(x) = \frac{14}{15} \sqrt{x^3+1}$$

Formule :  $\frac{u'}{\sqrt{u}}$

Primitive :  $2\sqrt{u}$

avec  $u(x) = x^3 + 1$

et donc  $u'(x) = 3x^2$

3. Pour  $x \in \mathbb{R}$   $f(x) = \frac{-7x}{(x^2+3)^2}$

$$f(x) = -7 \times \frac{x}{(x^2+3)^2}$$

$$f(x) = \frac{-7}{2} \times \frac{2x}{(x^2+3)^2}$$

$$f = \frac{-7}{2} \times \frac{u'}{u^2}$$

$$F(x) = \frac{-7}{2} \times \frac{-1}{x^2+3}$$

$$F = \frac{-7}{2} \times \frac{-1}{u}$$

$$F(x) = \frac{7}{2x^2+6}$$

Formule :  $\frac{u'}{u^2}$

Primitive :  $\frac{-1}{u}$

avec  $u(x) = x^2 + 3$

et donc  $u'(x) = 2x$

4. Pour  $x \in \mathbb{R}$   $f(x) = x(1-3x^2)^2$

$$f(x) = \frac{1}{-6} \times (-6x)(1-3x^2)^2$$

$$f = \frac{-1}{6} \times u' u^2$$

$$F(x) = \frac{-1}{6} \times \frac{(1-3x^2)^3}{3}$$

$$F = \frac{-1}{6} \times \frac{u^3}{3}$$

$$F(x) = \frac{-1}{18} \times (1-3x^2)^3$$

Formule :  $u' \times u^2$

Primitive :  $\frac{u^3}{3}$

avec  $u(x) = 1 - 3x^2$

et donc  $u'(x) = -6x$

5. Pour  $x \neq 0$   $f(x) = \frac{1}{x^2} \times \left(\frac{2}{x} - 1\right)^4$

$$f(x) = \frac{1}{-2} \times \frac{-2}{x^2} \times \left(\frac{2}{x} - 1\right)^4 \quad f = \frac{-1}{2} \times u' u^4$$

$$F(x) = \frac{1}{-2} \times \frac{1}{5} \left(\frac{2}{x} - 1\right)^5 \quad F = \frac{-1}{2} \times \frac{1}{5} u^5$$

$$\boxed{F(x) = \frac{-1}{10} \times \left(\frac{2}{x} - 1\right)^5}$$

Formule :  $u' \times u^4$

Primitive :  $\frac{1}{5} u^5$

avec  $u(x) = \frac{2}{x} - 1$

et donc  $u'(x) = \frac{-2}{x^2}$

6. Pour  $x > 0$   $f(x) = \frac{(\sqrt{x}-3)^3}{\sqrt{x}}$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \times (\sqrt{x}-3)^3$$

$$f(x) = 2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} (\sqrt{x}-3)^3 \quad f = 2 \times u' u^3$$

$$F(x) = 2 \times \frac{(\sqrt{x}-3)^4}{4} \quad F = 2 \times \frac{u^4}{4}$$

$$\boxed{F(x) = \frac{(\sqrt{x}-3)^4}{2}} \quad \text{ou} \quad \boxed{F(x) = \frac{1}{2} (\sqrt{x}-3)^4}$$

Formule :  $u' \times u^3$

Primitive :  $\frac{u^4}{4}$

avec  $u(x) = \sqrt{x} - 3$

et donc  $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$