

Calcul Primitives n°1 - Correction

Calculer une primitive des fonctions suivantes.

On prendra la constante d'intégration C égale à 0.

1. Pour $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}}$

$$f(x) = \frac{1}{2} \times \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 3}}$$

$$F(x) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{x^2 + 3}$$

$F(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

Formule : $\frac{u'}{\sqrt{u}}$

Primitive : $2\sqrt{u}$

avec $u(x) = x^2 + 3$

et donc $u'(x) = 2x$

2. Pour $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = \frac{7x^2}{5\sqrt{x^3 + 1}}$

$$f(x) = \frac{7}{5} \times \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 1}}$$

$$f(x) = \frac{7}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{3x^2}{\sqrt{x^3 + 1}}$$

$$F(x) = \frac{7}{15} \times 2\sqrt{x^3 + 1}$$

$F(x) = \frac{14}{15}\sqrt{x^3 + 1}$

Formule : $\frac{u'}{\sqrt{u}}$

Primitive : $2\sqrt{u}$

avec $u(x) = x^3 + 1$

et donc $u'(x) = 3x^2$

3. Pour $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = \frac{-7x}{(x^2 + 3)^2}$

$$f(x) = -7 \times \frac{x}{(x^2 + 3)^2}$$

$$f(x) = \frac{-7}{2} \times \frac{2x}{(x^2 + 3)^2}$$

$$F(x) = \frac{-7}{2} \times \frac{-1}{x^2 + 3}$$

$F(x) = \frac{7}{2x^2 + 6}$

Formule : $\frac{u'}{u^2}$

Primitive : $\frac{-1}{u}$

avec $u(x) = x^2 + 3$

et donc $u'(x) = 2x$

4. Pour $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = x(1 - 3x^2)^2$

$$f(x) = \frac{1}{-6} \times (-6x)(1 - 3x^2)^2$$

$$f = \frac{-1}{6} \times u' u^2$$

$$F(x) = \frac{-1}{6} \times \frac{(1 - 3x^2)^3}{3}$$

$$F = \frac{-1}{6} \times \frac{u^3}{3}$$

$F(x) = \frac{-1}{18} \times (1 - 3x^2)^3$

Formule : $u' \times u^2$

Primitive : $\frac{u^3}{3}$

avec $u(x) = 1 - 3x^2$

et donc $u'(x) = -6x$

5. Pour $x \neq 0$ $f(x) = \frac{1}{x^2} \times \left(\frac{2}{x} - 1\right)^4$

$$f(x) = \frac{1}{-2} \times \frac{-2}{x^2} \times \left(\frac{2}{x} - 1\right)^4 \quad f = \frac{-1}{2} \times u' u^4$$

$$F(x) = \frac{1}{-2} \times \frac{1}{5} \left(\frac{2}{x} - 1\right)^5 \quad F = \frac{-1}{2} \times \frac{1}{5} u^5$$

$$\boxed{F(x) = \frac{-1}{10} \times \left(\frac{2}{x} - 1\right)^5}$$

Formule : $u' \times u^4$

Primitive : $\frac{1}{5}u^5$

avec $u(x) = \frac{2}{x} - 1$

et donc $u'(x) = \frac{-2}{x^2}$

6. Pour $x > 0$ $f(x) = \frac{(\sqrt{x} - 3)^3}{\sqrt{x}}$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \times (\sqrt{x} - 3)^3$$

$$f(x) = 2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} (\sqrt{x} - 3)^3 \quad f = 2 \times u' u^3$$

$$F(x) = 2 \times \frac{(\sqrt{x} - 3)^4}{4} \quad F = 2 \times \frac{u^4}{4}$$

$$\boxed{F(x) = \frac{(\sqrt{x} - 3)^4}{2}} \quad \text{ou} \quad \boxed{F(x) = \frac{1}{2} (\sqrt{x} - 3)^4}$$

Formule : $u' \times u^3$

Primitive : $\frac{u^4}{4}$

avec $u(x) = \sqrt{x} - 3$

et donc $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$