

Calcul Primitives n°2 - Correction

Calculer une primitive des fonctions suivantes.

On prendra la constante d'intégration C égale à 0.

1. $f(x) = x e^{x^2}$

$$f(x) = \frac{1}{2} \times 2x e^{x^2}$$

$$f = \frac{1}{2} \times u' e^u$$

$$F(x) = \frac{1}{2} \times e^{x^2}$$

$$F = \frac{1}{2} \times e^u$$

Formule : $u' e^u$

Primitive : e^u

avec $u(x) = x^2$

donc $u'(x) = 2x$

2. $g(x) = 4 e^{-x}$

$$g(x) = -4 \times (-e^{-x})$$

$$g = -4 \times u' e^u$$

$$G(x) = -4e^{-x}$$

$$G = -4 \times e^u$$

Formule : $u' e^u$

Primitive : e^u

avec $u(x) = -x$

donc $u'(x) = -1$

3. $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$

$$f(x) = \frac{3}{4} \times \frac{4x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$$

$$f = \frac{3}{4} \times \frac{u'}{\sqrt{u}}$$

$$F(x) = \frac{3}{4} \times 2\sqrt{2x^2 + 1}$$

$$F = \frac{3}{4} \times 2\sqrt{u}$$

$$F(x) = \frac{3}{2} \sqrt{2x^2 + 1}$$

Formule : $\frac{u'}{\sqrt{u}}$

Primitive : $2\sqrt{u}$

avec $u(x) = 2x^2 + 1$

donc $u'(x) = 4x$

4. $g(x) = \frac{5}{(3x-1)^2}$

$$g(x) = \frac{5}{3} \times \frac{3}{(3x-1)^2}$$

$$g = \frac{5}{3} \times \frac{u'}{u^2}$$

$$G(x) = \frac{5}{3} \times \frac{-1}{3x-1}$$

$$G = \frac{5}{3} \times \frac{-1}{u}$$

$$G(x) = \frac{-5}{9x-3}$$

Formule : $\frac{u'}{u^2}$

Primitive : $\frac{-1}{u}$

avec $u(x) = 3x-1$

donc $u'(x) = 3$

5. $h(x) = 6x^2 (x^3 - 1)^3$

$$h(x) = 2 \times 3x^2 (x^3 - 1)^3$$

$$h = 2 \times u' u^3$$

$$H(x) = 2 \times \frac{(x^3 - 1)^4}{4}$$

$$H = 2 \times \frac{u^4}{4}$$

$$H(x) = \frac{(x^3 - 1)^4}{2}$$

ou

$$H(x) = \frac{1}{2} (x^3 - 1)^4$$

Formule : $u' \times u^3$

Primitive : $\frac{u^4}{4}$

avec $u(x) = x^3 - 1$

donc $u'(x) = 3x^2$

6. $f(x) = \frac{\cos(x)}{\sqrt{\sin(x)}}$ sur $]0 ; \pi[$

$$f(x) = \frac{\cos(x)}{\sqrt{\sin(x)}}$$

$$f = \frac{u'}{\sqrt{u}}$$

$$F(x) = 2\sqrt{\sin(x)}$$

$$F = 2\sqrt{u}$$

Formule : $\frac{u'}{\sqrt{u}}$

Primitive : $2\sqrt{u}$

avec $u(x) = \sin(x)$

donc $u'(x) = \cos(x)$

7. $f(x) = (4x - 2)(x^2 - x + 2)^3$ sur \mathbb{R}

$$f(x) = 2(2x - 1)(x^2 - x + 2)^3$$

$$f = 2 \times u' u^3$$

$$F(x) = 2 \times \frac{(x^2 - x + 2)^4}{4}$$

$$F = 2 \times \frac{u^4}{4}$$

$$F(x) = \frac{1}{2} (x^2 - x + 2)^4$$

Formule : $u' \times u^3$

Primitive : $\frac{u^4}{4}$

avec $u(x) = x^2 - x + 2$

donc $u'(x) = 2x - 1$

8. $f(x) = \frac{\cos(x)}{\sin^2(x)}$ sur $]0 ; \pi[$

$$f(x) = \frac{\cos(x)}{\sin^2(x)}$$

$$f = \frac{u'}{u^2}$$

$$F(x) = \frac{-1}{\sin(x)}$$

$$F = \frac{-1}{u}$$

Formule : $\frac{u'}{u^2}$

Primitive : $\frac{-1}{u}$

avec $u(x) = \sin(x)$

donc $u'(x) = \cos(x)$