

Exercice 1

3 points

1. Soit $f(x) = e^{2x} (3 - x)^2$ pour $x \in \mathbb{R}$

Calculer $f'(x)$.

Vous donnerez le résultat sous forme factorisée.

2. Soit $g(x) = \frac{x}{5\sqrt{3+2x^2}}$ pour $x \in \mathbb{R}$.

Déterminer une primitive de g .

Exercice 2

10 points

Tous les résultats seront arrondis au millième.

Une fabrique artisanale de jouets en bois vérifie la qualité de sa production avant sa commercialisation. Chaque jouet produit par l'entreprise est soumis à deux contrôles : d'une part on examine la finition du jouet, d'autre part on teste sa solidité.

Il s'avère, à la suite d'un grand nombre de vérifications, que :

- 80 % des jouets ont une finition sans défaut ;
- parmi les jouets qui ont une finition sans défaut, 82 % réussissent le test de solidité ;
- 5 % des jouets ont un défaut de finition et ne sont pas solide.

Partie A

On prend au hasard un jouet parmi les jouets produits. On note :

- F l'évènement : « le jouet a une finition sans défaut » ;
- S l'évènement : « le jouet réussit le test de solidité ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.

Cet arbre sera complété au fur et à mesure de l'exercice.

2. Démontrer que $P_{\overline{F}}(\overline{S}) = 0,25$.

3. Démontrer que $P(S) = 0,806$.

Partie B

On prélève au hasard dans la production de l'entreprise un lot de n jouets, où n est un entier naturel strictement positif.

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de jouets de ce lot subissant avec succès le test de solidité.

On suppose que la quantité fabriquée est suffisamment importante pour que la constitution de ce lot puisse être assimilée à un tirage avec remise.

1. Justifier que X suit une loi binomiale.

2. Dans cette question on considère $n = 5$.

Calculer la probabilité que 3 jouets de ce lot subissent avec succès le test de solidité.

3. Dans la suite de l'exercice, on se place dans le cas où on prélève n jouets.

a. Exprimer en fonction de n la probabilité qu'au moins un jouet ait réussi le test de solidité.

b. Déterminer la valeur de n pour laquelle la probabilité qu'au moins un jouet ait réussi le test de solidité soit supérieure à 0,99.

Partie C

Les jouets ayant satisfait aux deux contrôles rapportent un bénéfice de 10 €, ceux qui n'ont pas satisfait au test de solidité sont mis de côté et ne rapportent rien, les autres jouets rapportent un bénéfice de 5 €.

On désigne par B la variable aléatoire qui associe à chaque jouet le bénéfice rapporté.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire B .

2. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire B .

3. Quel bénéfice peut-on prévoir pour la vente de 100 jouets ?