

Exercice 1

3 points

1. Soit $f(x) = \frac{(1-3x)^2}{e^{5x}}$ pour $x \in \mathbb{R}$

Calculer $f'(x)$.

Vous donnerez le résultat sous forme factorisée.

2. Soit $g(x) = \frac{x^3}{7\sqrt{x^4+1}}$ pour $x \in \mathbb{R}$.

Déterminer une primitive de g .

Exercice 2

10 points

On donnera les résultats en valeur exacte ou en valeur arrondie au centième.

Une entreprise produit des déchets de deux types : recyclables et non recyclables. Chaque type de déchet peut être dangereux ou non dangereux. La proportion de déchets recyclables est de 70 % et parmi eux, 10 % sont dangereux. Parmi les déchets non recyclables, 40 % sont dangereux.

Partie A

On prélève un déchet au hasard dans l'entreprise.

On définit les événements : R : le déchet est recyclable

D : le déchet est dangereux

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Démontrer que la probabilité que le déchet soit dangereux est 0,19.
3. On a prélevé au hasard un déchet dangereux, calculer la probabilité que ce déchet soit recyclable.

Partie B

On s'intéresse au coût de traitement d'un déchet prélevé au hasard dans l'entreprise.

On définit la variable aléatoire X égale au coût en euros pour traiter ce déchet :

Le coût de traitement d'un déchet est de :

10 euros si le déchet est dangereux (recyclable ou non)

et si le déchet n'est pas dangereux :

2 euros si le déchet est recyclable

5 euros si le déchet est non recyclable

1. Déterminer la loi de probabilité de X .
2. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter ce résultat dans le contexte de l'entreprise.

Partie C

Pour contrôler la sécurité et le coût de traitement, on prélève un échantillon de 20 déchets au hasard.

On note Y le nombre de déchets dangereux dans cet échantillon. On suppose que le stock est suffisamment grand pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On rappelle que la probabilité qu'un déchet prélevé au hasard soit dangereux est égale à 0,19.

1. Justifier que Y suit une loi binomiale.
2. Calculer la probabilité que l'échantillon contienne exactement 5 déchets dangereux.
3. Quel est le nombre moyen de déchets dangereux parmi 20 déchets prélevés ?
4. Dans cette question, on prélève désormais n déchets, où n désigne un entier naturel strictement positif.
 - a. Exprimer en fonction de n la probabilité qu'au moins un déchet soit dangereux.
 - b. Déterminer la valeur de n pour laquelle la probabilité qu'au moins un déchet soit dangereux soit supérieure ou égale à 0,90.