Exercice 1 Soit une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. Le point A(3 ; 2) est un point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_f$.

La tangente (T) au point A a pour équation $y = -4x + 14$

Quelle information peut-on en déduire pour f, f' et f'' ?

A $(3;2)$ $A \in \mathscr{C}_f$ donc $f(3) = 2$

A est un point d'inflexion donc $f''(3) = 0$

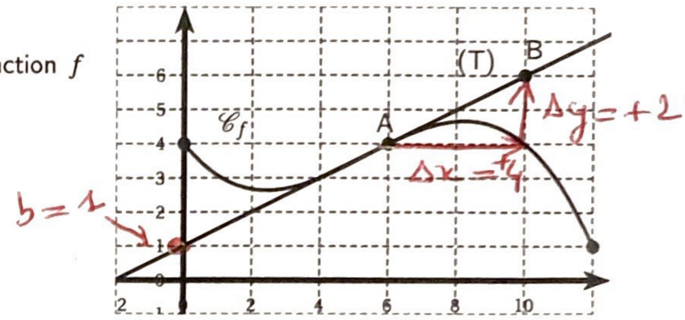
$f'(3) = \text{Coeff}(T) = -4$

Exercice 2 On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur [0; 12] que l'on note $\mathscr{C}_f$.

On a représenté la tangente (T) à la courbe au point A(6; 4).

Le point B(10; 6) appartient à (T).

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :



1. Que représente le point A pour la courbe $\mathscr{C}_f$? : A est un point d'inflexion.

2. Donner les valeurs de $f(6)$, $f'(6)$ et $f''(6)$

$f(6) = 4$ $f''(6) = 0$

$f'(6) = \text{Coeff}(T) = \text{Coeff}(AB) = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} = 0,5$

3. a. Préciser la convexité de f sur [6; 12] : f est concave sur [6, 12]

   b. Que peut-on en déduire pour f' et f'' sur [6; 12] ? :

   Sur [6; 12] f' est décroissante et f'' est négative.

4. a. Déterminer une équation de (T) : $y = ax + b$ $y = \frac{1}{2}x + 1$

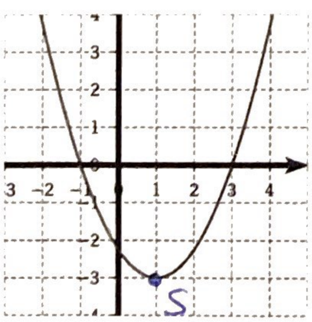
   Méthode 2 : $y = f'(6)(x-6) + f(6)$

   $y = \frac{1}{2}(x-6) + 4$ $y = \frac{1}{2}x + 1$

   b. Comment traduire par une inégalité la position de la courbe $\mathscr{C}_f$ par rapport à la tangente (T) sur [6; 12] ?

   Sur [6; 12] $f(x) \leq \frac{1}{2}x + 1$

Exercice 3 On a représenté une parabole de sommet S(1 ; −3) qui coupe l'axe des abscisses en −1 et 3.



Par lecture graphique, déterminer la convexité de f sur $\mathbb{R}$ dans les cas suivants :

1. la courbe représentée est celle de la fonction f :

   f est convexe sur $\mathbb{R}$

2. la courbe représentée est celle de la fonction dérivée de f :

   Sur $]-\infty, 1]$ f' est décroissante donc f est concave

   Sur $[1, +\infty[$ f' est croissante donc f est convexe

3. la courbe représentée est celle de la fonction dérivée seconde de f :

   Sur $]-\infty; -1]$ et $[3, +\infty[$ f'' est positive donc f est convexe

   Sur $[-1, 3]$ f'' est négative donc f est concave.