Probabilités conditionnelles

On choisit un client au hasard parmi ceux ayant participé à l'étude. On note :

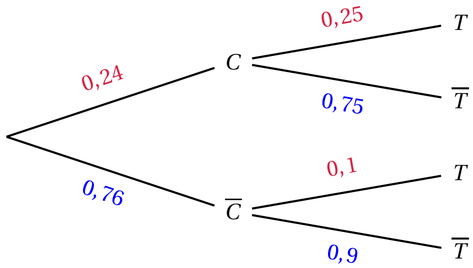
- C l'évènement « le client achète un canapé » et $\overline{C}$ son évènement contraire ;
- T l'évènement « le client achète une table de salon » et $\overline{T}$ son évènement contraire.

La probabilité pour qu'un client achète un canapé est $0,24$ donc $P(C) = 0,24$

La probabilité pour qu'un client achète une table de salon quand il a acheté un canapé est $0,25$ donc $P_C(T) = 0,25$

La probabilité pour qu'un client achète une table de salon quand il n'achète pas de canapé est $0,1$ donc $P_{\overline{C}}(T) = 0,1$

1. A partir de ces informations on complète l'arbre pondéré suivant :



2. La probabilité que le client achète un canapé et une table de salon est :

$P(C \cap T) = P(C) \times P_C(T) = 0,24 \times 0,25 = 0,06.$

3. D'après la formule des probabilités totales :

$P(T) = P(C \cap T) + P(\overline{C} \cap T) = 0,06 + 0,76 \times 0,1 = 0,136$

4. Dans ce magasin, le prix moyen d'un canapé est de 1000 € et le prix moyen d'une table de salon est de 300 €.

On note X la variable aléatoire correspondant à la somme payée par le client.

a. Valeurs prises par X :

- Aucun achat : $X = 0$
- Achat d'une table uniquement : $X = 300$
- Achat d'un canapé uniquement : $X = 1000$
- Achat d'un canapé et d'une table : $X = 1300$

b. Loi de probabilité de X :

- $P(X = 0) = P\left(\overline{C} \cap \overline{T}\right) = 0,76 \times 0,9 = 0,684.$
- $P(X = 300) = P\left(\overline{C} \cap T\right) = 0,76 \times 0,1 = 0,076.$
- $P(X = 1\ 000) = P\left(C \cap \overline{T}\right) = 0,24 \times 0,75 = 0,18.$
- $P(X = 1\ 300) = P(C \cap T) = 0,24 \times 0,25 = 0,06.$

Vérification : $0,684 + 0,076 + 0,18 + 0,06 = 1$

c. Espérance de X :

$E(X) = 0 \times P(X = 0) + 300 \times P(X = 300) + 1\ 000 \times P(X = 1000) + 1\ 300 \times P(X = 1300)$

$E(X) = 0 \times 0,684 + 300 \times 0,076 + 1\ 000 \times 0,18 + 1\ 300 \times 0,06 = 280,8.$

Donc la dépense moyenne d'un client entrant dans le magasin est de 280,80 €.