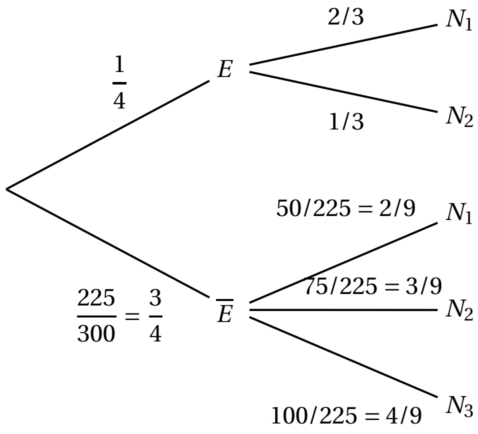
1. Sur 300 personnes, 225 utilisent l'ascenseur.

Sur les 225 personnes empruntant l'ascenseur, 50 vont au premier niveau , 75 au deuxième niveau, 100 au troisième niveau.

Parmi les personnes utilisant l'escalier, un tiers va au deuxième niveau et les autres au premier niveau.

On peut représenter la situation par l'arbre pondéré suivant :



a. On a $P(E \cap N_2) = P(E) \times P_E(N_2) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{12}}$.

b. D'après la loi des probabilités totales :

$P(N_1) = P(E \cap N_1) + P(\bar{E} \cap N1) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \boxed{\frac{1}{3}}$

$P(N_2) = P(E \cap N_2) + P(\bar{E} \cap N2) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{3}{9} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} = \boxed{\frac{1}{3}}$

$P(N_3) = P(\bar{E} \cap N3) = \frac{3}{4} \times \frac{4}{9} = \boxed{\frac{1}{3}}$

$P(N_1) = P(N_2) = P(N_3)$

donc les évènements N_1, N_2, N_3 sont équiprobables.

c. La probabilité que la personne emprunte l'escalier sachant qu'elle va au 2^e niveau est : $P_{N_2}(E) = \frac{p(E \cap N_2)}{p(N_2)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{12} \times \frac{3}{1} = \boxed{\frac{1}{4}}$.

2. **a.** ① Epreuve de Bernouilli : on considère une personne

Succès : la personne va au deuxième niveau

La probabilité du succès est $\frac{1}{3}$

② 20 épreuves identiques et indépendantes.

X est la variable aléatoire égale au nombre de succès.

X suit la loi binomiale $\mathscr{B}\left(20; \frac{1}{3}\right)$

b. La probabilité que 5 personnes exactement aillent au 2e niveau est : $P(X = 5) = \binom{20}{5} \times \left(\frac{1}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{15} \approx \boxed{0{,}1457}$

c. $E(X) = n \times p = 20 \times \frac{1}{3} = \boxed{\frac{20}{3}} \approx \boxed{7}$.

Donc en moyenne sur 20 personnes, 7 personnes vont au 2e niveau.

3. On considère que l'on interroge n personnes de cette population ($n \geqslant 300$).

On suppose que leurs réponses sont indépendantes les unes des autres. Dans ce cas, X suit la loi binomiale $\mathscr{B}\left(n; \frac{1}{3}\right)$

On veut déterminer la plus petite valeur de n tel que $P(X \geqslant 1) \geqslant 0{,}99$.

On a : $P(X \geqslant 1) \geqslant 0{,}99$

$\iff 1 - P(X = 0) \geqslant 0{,}99$

$\iff 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n \geqslant 0{,}99$

Si on ne sait pas résoudre cette inéquation, on affiche sur la calculatrice les premiers termes de la suite de terme général $U_n = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n$ et on trouve le premier entier qui vérifie la condition.

On obtient $\boxed{n = 12}$

Conclusion : sur 12 personnes, au moins une personne va au deuxième niveau avec une probabilité supérieure ou égale à $0{,}99$.