

Equations différentielles - Exercices

Ex 1 Résoudre dans \mathbb{R} les équations différentielles suivantes :

1. $y' = -5y$

2. $2y' + 3y = 0$

3. $4y' - y = 0$ avec $y(0) = 6$

4. $y' = 7y + 5$

5. $3y' - 2y = 1$

6. $5y' + 3y = 4$ avec $y(5) = 0$

Ex 2 Un cycliste roule sur une route descendante rectiligne et très longue.

On note $v(t)$ sa vitesse à l'instant t avec t exprimé en secondes et $v(t)$ en mètres par seconde.

On suppose de plus que la fonction v ainsi définie est dérivable sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

Un modèle simple permet de considérer que la fonction v vérifie la relation : $10v'(t) + v(t) = 30$.

Enfin, on suppose que, lorsque le cycliste s'élance, sa vitesse initiale est nulle, c'est-à-dire que $v(0) = 0$.

Déterminer $v(t)$.

Ex 3 La température de refroidissement d'un objet fabriqué industriellement est une fonction f du temps t .

f est définie sur l'ensemble des nombres réels positifs et vérifie la relation : $f'(t) + \frac{1}{2}f(t) = 10$

La température est exprimée en degrés Celsius ($^{\circ}\text{C}$) et le temps t en heures.

Déterminer $f(t)$ pour $t \geq 0$, sachant que pour $t = 0$, la température de l'objet est 220°C .

Ex 4

1. Soit (E) l'équation différentielle $4y' - 5y = 0$

Déterminer les solutions de (E) sur \mathbb{R} .

2. On note (E') l'équation différentielle $4y' - 5y = 2x - 3$

Déterminer la fonction affine f solution particulière de l'équation (E').

3. En déduire les solutions de (E').