

Exercice 1**3 points**

Soit la fonction h définie sur $]3 ; +\infty[$ par $h(x) = \frac{e^x + 1}{3 - x}$.

On note $\mathcal{C}_h$ la courbe représentative de h dans un repère orthogonal du plan.

1. Calculer la limite de h en $+\infty$.
2. Calculer la limite de h en 3.
3. La courbe $\mathcal{C}_h$ admet-elle des asymptotes verticales ou horizontales ? Si oui, préciser leur équation.

Exercice 2**6 points**

1. Soit la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = x^2 e^x - 1$
 - a. Démontrer que g est strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$.
 - b. Démontrer que la fonction g s'annule une fois et une seule sur $]0 ; +\infty[$. On note α la valeur qui annule g .
 - c. Déterminer le signe de $g(x)$ sur $]0 ; +\infty[$.
2. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = e^x + \frac{1}{x}$.
 - a. Pour $x > 0$, calculer $f'(x)$.
 - b. Justifier que $f'(x)$ est de même signe que $g(x)$.
 - c. En déduire le tableau de variation de f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$. On ne demande pas de calculer les limites.
 - d. Démontrer que la fonction f admet pour valeur minimale le nombre réel $m = \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha}$.

Exercice 3**4 points**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2e^{-\frac{1}{3}x}$.

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1.
 - a. Déterminer une équation de la tangente (T_0) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.
 - b. Déterminer les coordonnées du point K d'intersection de (T_0) avec l'axe des abscisses.
2. Soit A le point de la courbe $\mathcal{C}_f$ d'abscisse a , a réel quelconque.
 - a. Montrer que la tangente (T_a) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A coupe l'axe des abscisses en un point P d'abscisse $a + 3$.
 - b. Expliquer la construction de la tangente (T_{-2}) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point B d'abscisse -2 .