

Partie A

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)e^{-x} + x$.

1. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. On admet que f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.
 - a. Démontrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f''(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)e^{-x}$.
 - b. En déduire les variations et le minimum de la fonction f' sur $\mathbb{R}$.
 - c. Justifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) > 0$.

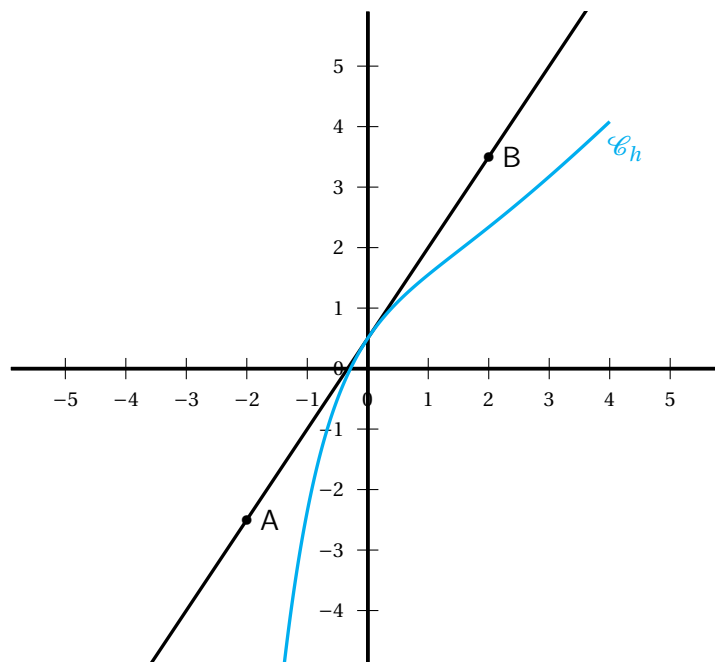
Partie B

On considère une fonction h , définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, ayant une expression de la forme

$$h(x) = (ax + b)e^{-x} + x, \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels.}$$

Dans un repère orthonormé ci-après figurent :

- la courbe représentative $\mathcal{C}_h$ de la fonction h ;
- les points A et B de coordonnées respectives $(-2 ; -2,5)$ et $(2 ; 3,5)$.



1. Conjecturer, avec la précision permise par le graphique, les abscisses des éventuels points d'inflexion de la courbe représentative de la fonction h .
2. Sachant que la fonction h admet sur $\mathbb{R}$ une dérivée seconde d'expression $h''(x) = -\frac{3}{2}e^{-x} + xe^{-x}$, valider ou non la conjecture précédente.
3. Déterminer une équation de la droite (AB).
4. Sachant que la droite (AB) est tangente à la courbe représentative de la fonction h au point d'abscisse 0, en déduire les valeurs de a et b .